

**DIEGO FERNANDO MORO**

**EFEITO DA GEOMETRIA DO BOCAL DIVERGENTE  
SOBRE O EMPUXO DE MOTOR-FOGUETE  
OPERANDO NO VÁCUO**

Dissertação apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi

**CURITIBA**

**2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO**

**EFEITO DA GEOMETRIA DO BOCAL DIVERGENTE SOBRE O EMPUXO DE  
MOTOR-FOGUETE OPERANDO NO VÁCUO**

**MESTRANDO: DIEGO FERNANDO MORO**

**ORIENTADOR: CARLOS HENRIQUE MARCHI, DR. ENG**

**BANCA EXAMINADORA:**

Carlos Henrique Marchi, Dr. Eng. (Presidente) - PG-Mec (UFPR)

Amilcar Porto Pimenta (Membro) - ITA

Juan Pablo de Lima Costa Salazar (Membro) - UFSC

Luciano Kiyoshi Araki (Membro) - UFPR

**Curitiba, 25 de agosto de 2014**


## TERMO DE APROVAÇÃO

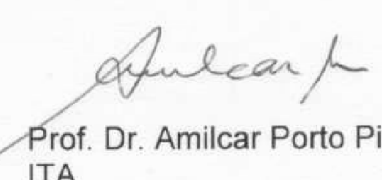
DIEGO FERNANDO MORO

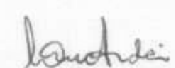
### EFEITO DA GEOMETRIA DO BOCAL DIVERGENTE SOBRE O EMPUXO DE MOTOR-FOGUETE OPERANDO NO VÁCUO

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Banca Examinadora:

  
Prof. Dr. Juan Pablo de Lima Costa Salazar  
UFSC

  
Prof. Dr. Amilcar Porto Pimenta  
ITA

  
Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki  
UFPR

Curitiba, 25 de agosto de 2014.

---

M867e

Moro, Diego Fernando

Efeito da geometria do bocal divergente sobre o empuxo de motor-foguete operando no vácuo / Diego Fernando Moro. – Curitiba, 2014.  
97f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia,  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, 2014.

Orientador: Carlos Henrique Marchi .

Bibliografia: p. 95-97.

1. Tuberias. 2. Motores de foguetes. 3. Fluidodinâmica computacional. 4.  
Veículos espaciais - Sistemas de propulsão. 5. Séries divergentes. I.  
Universidade Federal do Paraná. II. Marchi, Carlos Henrique. III. Título.

CDD: 629.134354

---

# **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi pela orientação desde a iniciação científica até este trabalho, pela confiança em mim, agradeço também pelos prazos curtos, pois estes me ajudaram a me tornar mais organizado.

Agradeço ao programa de pós-graduação em engenharia mecânica (PG-MEC) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) por ter aceitado a minha entrada no programa.

Agradeço o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Agradeço aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Amilcar Porto Pimenta, Prof. Dr. Juan Pablo de Lima Costa Salazar e Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki pelo tempo utilizado para ler este documento, suas críticas e sugestões, tão importantes para a formação deste trabalho.

Agradeço a meus pais pela formação pessoal, a meus avós pelo apoio e a minha irmã.

# RESUMO

O objetivo deste trabalho foi avaliar o efeito da parte divergente de motores-foguete operando no vácuo. Para isto, foram realizadas simulações com o código computacional Mach2D. Nestas simulações o regime de escoamento simulado foi invíscido, de um fluido compressível, contínuo, não reativo, termicamente perfeito, bidimensional axissimétrico. Foi avaliado o efeito da parte divergente das 3 seguintes formas: (1) para uma razão de expansão fixa e comprimento do divergente fixo (envelope fixo), (2) para uma razão de expansão variável (com ângulo cônico equivalente variando de 10 a 30°) e comprimento do divergente fixo e (3) para uma razão de expansão variável e comprimento do divergente livre (foram simulados 3 comprimentos de tubeira diferentes: 196,08; 215,63 e 235,56 mm). Os dados de entrada da tubeira foram os mesmos utilizados na validação do código computacional, dados obtidos de um artigo de uma equipe do Jet Propulsion Laboratory (JPL) da NASA (National Aeronautics and Space Administration): escoamento de ar aquecido com pressão de estagnação de 17,25 bar, temperatura de estagnação de 833 K, razões de compressão e expansão de 9,76 e 6,63 respectivamente e ângulos do convergente e divergente de 44,88 e 15,11° respectivamente. Também, foram testados e analisados 7 diferentes geometrias de divergente de motores-foguete utilizados em espaçomodelos, os motores testados utilizam pólvora negra como propelente e tubeiras feitas em cerâmica. As razões de expansão experimentais médias foram de: 1,1; 1,4; 2,0; 2,8; 5,6; 18; 6,4, as primeiras 5 tubeiras são cônicas, a penúltima é parabólica tipo corneta (padrão do fabricante) e a última é parabólica tipo sino. Analisando os resultados das simulações, o melhor tipo de geometria para um envelope fixo é a logarítmica, existe uma razão de expansão que resulta em empuxo ótimo no vácuo e o ângulo equivalente cônico ótimo é de 20°, e segundo as análises dos motores-foguete de espaçomodelos, os gases atingem expansão ótima independente da razão de expansão utilizada (o erro é de no máximo 2%).

Palavras-chave: Motores-foguete. Espaçomodelos. Efeito do divergente. Dinâmica dos Fluidos Computacional. Propulsão de foguetes.

# ABSTRACT

The objective of this work was the evaluation of the effect of the divergent part of rocket engines working at the vacuum. For that, numerical simulations were performed using the Mach2D software. At these simulations, the simulated flow type was inviscid, of compressible gas, continuum, not reactive, thermally perfect, bidimensional axisymmetric. The effect was analyzed by 3 different ways: (1) with a fixed expansion ratio and fixed length (fixed envelope), (2) with a variable expansion ratio (with conical equivalent angle of  $10^\circ$  up to  $30^\circ$ ) and fixed length and (3) with a variable expansion ratio and free length (3 different length were simulated: 196,08; 215,63 and 235,56 mm). The used data at the nozzle inlet were the same used at the validation of the numerical code, these data were obtained from an article of a team of the Jet Propulsion Laboratory (JPL) of NASA (National Aeronautics and Space Administration): heated atmospheric air flow with a stagnation pressure of 17,25 bar, stagnation temperature of 833 K, compression and expansion ratios of 9,76 e 6,63 respectively and converging and diverging angles of  $44,88^\circ$  e  $15,11^\circ$  respectively. Other work performed was to test and analyze 7 different types of divergent geometry used in spacemodel rocket engines, the tested rocket engines used black powder as propellant and the nozzles were made in ceramic. The experimental average expansion ratios were: 1,1; 1,4; 2,0; 2,8; 5,6; 18; 6,4, the first 5 nozzles used conical divergent, the penultimate one was parabolic trumpet type and the last was parabolic bell type. Analyzing the simulation results, the best geometry type for the fixed envelope was the logarithmic, there is no expansion ratio that results in an optimal thrust at the vacuum and the equivalent conical angle is  $20^\circ$  and by the analysis of the rocket engines used in spacemodels, the exhaust gases reach optimal expansion independently of the used expansion ratio (the error is up to 2%).

Keywords: Rocket engines nozzle. Rocket Models; Divergent effect. Computational Fluid Dynamics. Rocket propulsion.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Esquema de um motor-foguete utilizado em espaçomodelos	20
Figura 3.1 Divergente logarítmico, com raio de arredondamento após a garganta	30
Figura 3.2 Divergente meio cosseno	31
Figura 3.3 Divergente 1/4 seno, sem arredondamento após a garganta	32
Figura 3.4 Divergente meia parábola	33
Figura 3.5 Esquema da tubeira real; todas as medidas estão em mm	34
Figura 3.6 Malha base com 24 x 10 volumes, as medidas estão em metros	36
Figura 3.7 Campo do número de Mach com UDS, malha de 3072 x 1280 volumes	40
Figura 3.8 Condições de contorno	41
Figura 4.1 Comparativo entre as tubeiras (1) a (4) para um ângulo cônico de saída de 30°	42
Figura 4.2 Malha base das simulações com a tubeira de divergente logarítmico	47
Figura 4.3 Malha base das simulações com a tubeira de divergente ½ cosseno	50
Figura 4.4 Malha base das simulações com a tubeira de divergente ¼ seno	52
Figura 4.5 Malha base das simulações com a tubeira de divergente ½ parábola	53
Figura 4.6 Malha base das simulações com a tubeira cônica original	55
Figura 4.7 Comparação entre o coeficiente de empuxo adimensionalizado dos diferentes divergentes com a incerteza numérica	56
Figura 5.1 Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria logarítmica	58
Figura 5.2 Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria ½ cosseno	59
Figura 5.3 Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria cônica original	59
Figura 5.4 Comparação entre os coeficientes de empuxo para diferentes geometrias e a solução 1D	61
Figura 5.5 Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente cônico	62
Figura 5.6 Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente logarítmico	63



Figura 5.7 Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente meio cosseno	63
Figura 6.1 Comparação da geometria com divergente tipo sino de Anderson com o mínimo e máximo comprimento	64
Figura 6.2 Campo de número de Mach para o caso do divergente de maior comprimento, notando o choque oblíquo que aparece no fim do divergente	66
Figura 6.3 Comparação entre o coeficiente de empuxo no vácuo da tubeira sino de Anderson e a solução 1D	67
Figura 6.4 Comparação para a tubeira com $L=196,08$ mm, usando divergente sino de Anderson e cônico	69
Figura 6.5 Comparação para a tubeira com $L=215,63$ mm, usando divergente sino de Anderson e cônico	69
Figura 6.6 Comparação para a tubeira com $L=235,56$ mm, usando divergente sino de Anderson e cônico	70
Figura 6.7 Comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo para 3 comprimentos de tubeira ao variar a razão de expansão	71
Figura 7.1 Da esquerda para a direita: tubeiras modelos I e II	78
Figura 7.2 Da esquerda para a direita: tubeiras modelos III e IV	79
Figura 7.3 Da esquerda para a direita: tubeiras modelos V e VI	79
Figura 7.4 Perfil experimental da tubeira modelo VII, parabólica tipo sino	80
Figura 7.5 Todos os motores testados agrupados por tipo de tubeira, da esquerda para a direita tipo 1 a tipo 7	80
Figura 7.6 Balança de precisão Marte AY220	81
Figura 7.7 Paquímetro Lee Tools 150 mm	81
Figura 7.8 Motor-foguete em teste no banco estático	82
Figura 7.9 Comparação com todas as geometrias testadas no Mach2D em função do tipo da tubeira	86
Figura 7.10 Comparação da força gerada nas malhas mais finas em comparação com os resultados experimentais médios (Tipo I a VI e Tipo VII) para todo o comprimento das tubeiras do Mach2D	89
Figura 7.11 Curva de empuxo do motor MNTVI-01	90
Figura 7.12 Curva de empuxo do motor MNTVII-01	90
Figura 7.13 Comparação do impulso total em função do tipo da tubeira	91

# LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Especificações dos computadores utilizados	36
Tabela 3.2 Características gerais das simulações com UDS (1ª ordem de acurácia)	36
Tabela 3.3 Características gerais das simulações com CDS (2ª ordem de acurácia)	37
Tabela 3.4 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e o resultado experimental do Cd	37
Tabela 3.5 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e o resultado experimental do Cd	37
Tabela 3.6 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e analítica do Cd	38
Tabela 3.7 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e analítica do Cd	38
Tabela 3.8 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e o resultado experimental de Fv*	38
Tabela 3.9 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e o resultado experimental de Fv*	38
Tabela 3.10 Erro percentual médio da pressão na parede da tubeira para UDS	39
Tabela 3.11 Erro percentual médio da pressão na parede da tubeira para CDS	39
Tabela 4.1 Dados de entrada do Mach2D	46
Tabela 4.2 Tabela dos resultados 1D e 2D analíticos para o problema do capítulo	47
Tabela 4.3 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente logarítmico	47
Tabela 4.4 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente logarítmico, 1	48
Tabela 4.5 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente logarítmico, 2	48
Tabela 4.6 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ cosseno	50
Tabela 4.7 Tabela de variáveis a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ cosseno, 1	50
Tabela 4.8 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ cosseno, 2	51
Tabela 4.9 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente $\frac{1}{4}$ seno	51
Tabela 4.10 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente $\frac{1}{4}$ seno, 1	52
Tabela 4.11 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente $\frac{1}{4}$ seno, 2	52
Tabela 4.12 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ parábola	53

Tabela 4.13 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ parábola, 1	54
Tabela 4.14 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente $\frac{1}{2}$ parábola, 2	54
Tabela 4.15 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira cônica original	54
Tabela 4.16 Tabela de variáveis para a tubeira cônica original, 1	55
Tabela 4.17 Tabela de variáveis para a tubeira cônica original, 2	55
Tabela 5.1 Razões de expansão e raios de saída para os diferentes divergentes testados	57
Tabela 5.2 Tabela geral das simulações com tubeira tipo logarítmica	60
Tabela 5.3 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo $\frac{1}{2}$ cosseno	60
Tabela 5.4 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo cônica	60
Tabela 6.1 Raios de saída e comprimentos das tubeiras com o divergente sino de Anderson	65
Tabela 6.2 Tabela geral das simulações com a tubeira sino de Anderson	65
Tabela 6.3 Raios de saída das tubeiras cônicas em função do comprimento da tubeira sino com o divergente de Anderson	67
Tabela 6.4 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 196,08 mm	68
Tabela 6.5 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 215,63 mm	68
Tabela 6.6 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 235,56 mm	68
Tabela 7.1 Classificação de motores-foguete em função da faixa de impulso total	73
Tabela 7.2 Resultados experimentais e de projeto dos motores C6-0 da Bandeirante	74
Tabela 7.3 Propriedades do escoamento na câmara de combustão ou estagnação	76
Tabela 7.4 Propriedades do escoamento na saída da tubeira	77
Tabela 7.5 Diâmetros da garganta e de saída com suas incertezas e razão de expansão média	79
Tabela 7.6 Principais medidas dos motores-foguete e suas incertezas	81
Tabela 7.7 Resultados dos testes estáticos dos motores com novas tubeiras	83
Tabela 7.8 Propriedades de estagnação, velocidade sônica na garganta e Mach na saída médios	84
Tabela 7.9 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao considerar a razão de expansão total das tubeiras	84

Tabela 7.10 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao desconsiderar a expansão dos gases	85
Tabela 7.11 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao considerar- se expansão ótima	85
Tabela 7.12 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 1	87
Tabela 7.13 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 2	87
Tabela 7.14 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 3	88
Tabela 7.15 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 4	88
Tabela 7.16 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 5	88
Tabela 7.17 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 6	88
Tabela 7.18 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 7	88

# LISTA DE SÍMBOLOS

- $a$  = coeficiente para a geração de geometria (adimensional)
- $A$  = área transversal local (m<sup>2</sup>)
- $A_g$  = área da garganta ou área crítica (m<sup>2</sup>)
- $A_s$  = área de saída do motor-foguete (m<sup>2</sup>)
- $b$  = coeficiente para a geração de geometria (adimensional)
- $c$  = coeficiente para a geração de geometria (adimensional)
- $C_d$  = coeficiente de descarga (adimensional)
- $C_f$  = coeficiente de empuxo (adimensional)
- $C_{f,vac}$  = coeficiente de empuxo no vácuo (adimensional)
- $C_{f,1D}$  = coeficiente de empuxo no vácuo unidimensional (adimensional)
- $C_{f,2D}$  = coeficiente de empuxo no vácuo bidimensional via Mach2D (adimensional)
- $C_f^*$  = coeficiente de empuxo adimensionalizado (adimensional)
- $c_e^*$  = eficiência da velocidade característica (adimensional)
- $c_{e,1D}$  = velocidade característica via teoria 1D (m/s)
- $c_{e,2D}$  = velocidade característica via Mach2D (m/s)
- $c_p$  = calor específico à pressão constante (J/(kg K))
- $d$  = coeficiente para a geração de geometria (adimensional)
- $df$  = diferença percentual entre o resultado experimental e o calculado
- $D_e$  = diâmetro externo do motor-foguete (mm)
- $D_g$  = diâmetro da garganta ou diâmetro crítico da tubeira (mm)
- $D_i$  = diâmetro interno do motor-foguete (mm)
- $D_s$  = diâmetro de saída da tubeira (mm)
- EpiFmi = número de algarismos sem erro de arredondamento do fluxo de massa na entrada da tubeira
- EpiFd\* = número de algarismos sem erro de arredondamento da eficiência do empuxo dinâmico
- $F$  = força de empuxo (N)
- $F_{calc}$  = força de empuxo calculada para análise do desempenho das 7 tubeiras (N)
- $F_d^*$  = eficiência do empuxo dinâmico (adimensional)
- $F_d$  = empuxo dinâmico (N)
- $F_{d,1D}$  = empuxo dinâmico via teoria 1D (N)

$F_{d,2D}$  = empuxo dinâmico via Mach2D (N)

$F_p$  = empuxo de pressão (N)

$F_{p,v}^*$  = eficiência do empuxo de pressão no vácuo (adimensional)

$F_{p,v,1D}$  = empuxo de pressão no vácuo via teoria 1D (N)

$F_{p,v,2D}$  = empuxo de pressão no vácuo via Mach2D (N)

$F_v$  = força de empuxo no vácuo (N)

$\bar{F}$  = força de empuxo média (N)

$I_t$  = impulso total (N.s)

$I_s$  = impulso específico (s)

$I_{s,v}^*$  = eficiência do impulso específico no vácuo (adimensional)

$I_{s,v,1D}$  = impulso específico no vácuo via teoria 1D (s)

$I_{s,v,2D}$  = impulso específico no vácuo via Mach2D (s)

$L_t$  = comprimento total do motor-foguete (mm)

$M$  = número de Mach local: razão entre a velocidade local e a velocidade do som local (adimensional)

$M_{in}$  = número de Mach local: razão entre a velocidade local e a velocidade do som local, para uso na simulação do Mach2D (adimensional)

$M_f$  = massa depois do teste estático (g)

$M_o$  = massa antes do teste estático (g)

$M_p$  = massa de propelente (g)

$M_s$  = número de Mach na saída da tubeira (adimensional)

$\dot{m}$  = fluxo de massa ejetado pelo motor-foguete (kg/s)

$\dot{m}_{1D}$  = fluxo de massa ejetado pelo motor-foguete via teoria unidimensional (kg/s)

$\dot{m}_{2D}$  = fluxo de massa ejetado pelo motor-foguete via Mach2D (kg/s)

$m_m$  = massa molar do gás (g/mol)

$n_x$  = número de volumes de controle reais na direção axial

$n_y$  = número de volumes de controle reais na direção transversal ou radial

$P$  ou  $p$  = pressão local (Pa)

$P_0$  = pressão de estagnação, pressão do gás na entrada do motor-foguete (Pa)

$P_s$  = pressão dos gases na saída da tubeira (Pa)

$P_a$  = pressão atmosférica (Pa)

$P_e$  = pressão externa ao motor-foguete (Pa)

$p_{in}$  = pressão na área de entrada da tubeira, para uso na simulação do Mach2D (K)

$R$  = constante de gás perfeito (J/(kg K))

RAM = memória de acesso aleatório utilizado na simulação (Mb)

$T$  = temperatura local (K)

$T_0$  = temperatura de estagnação, temperatura do gás na entrada do motor-foguete (K)

$T_c$  = solução utilizando o teorema convergente

$T_h$  = solução do programa Mach2D

$T_{in}$  = temperatura na área de entrada da tubeira, para uso na simulação do Mach2D (K)

$T_{ml}$  = solução utilizando múltiplas extrapolações de Richardson

$T_s$  = temperatura na saída da tubeira (K)

$t$  = tempo (s)

$t_f$  = tempo de queima do motor-foguete (s)

tCPU = tempo computacional utilizado na simulação

Ugc1 = estimativa de erro usando o estimador GCI

Umc = estimador de erro usando o estimador multicoeficientes

Um = estimador de erro para o resultado extrapolado com múltiplas extrapolações de Richardson

Uc = estimador de erro para o resultado utilizando o teorema convergente

$u$  = velocidade axial (m/s)

$u_k$  = componente da velocidade na direção k (m/s)

$u_i$  = componente da velocidade relativo à quantidade de movimento linear na direção i (m/s)

$u_{in}$  = velocidade axial na entrada da tubeira, para uso na simulação do Mach2D (m/s)

$\bar{u}$  = velocidade de ejeção efetiva média dos gases (m/s)

$v$  = velocidade dos gases ejetados (m/s)

$v^*$  = velocidade do som na garganta (m/s)

$v_{in}$  = velocidade transversal ou radial na entrada da tubeira, para uso na simulação do Mach2D (m/s)

$x$  = posição axial (m)

$x_k$  = Direção k (m)

$y$  = posição transversal ou radial (m)

Letras Gregas:

$\varepsilon_c$  = razão de compressão (Razão entre a área da entrada do motor-foguete e a área da garganta) (adimensional)

$\varepsilon_e$  = razão de expansão (Razão entre a área da saída do motor-foguete e a área da garganta) (adimensional)

$\gamma$  = razão entre calores específicos do gás: calor específico à pressão constante por calor específico a volume constante (adimensional)

$\gamma_{2ph}$  = razão entre calores específicos corrigidas para escoamento bifásico (propelente que gera fase condensada) (adimensional)

$\kappa$  = condutividade térmica do gás (W/m.K)

$\rho$  = massa específica (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_0$  = massa específica de estagnação, massa específica do gás na entrada do motor-foguete (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_s$  = massa específica dos gases na saída da tubeira (kg/m<sup>3</sup>)



# SUMÁRIO

1	Introdução .....	17
1.1	Motivação .....	17
1.2	Motores-foguete .....	19
1.3	Revisão bibliográfica e problema de estudo .....	22
1.4	Objetivos .....	23
2	Fundamentação teórica .....	24
2.1	Teoria 1D de escoamento compressível para tubeiras .....	24
2.2	Teoria de volumes finitos usada no Mach2D .....	27
2.3	Solvers utilizados .....	28
2.4	Teoria do método da geração da geometria sino de Anderson .....	29
3	Metodologia .....	30
3.1	Geometrias propostas .....	30
3.2	Verificação e validação do código computacional Mach2D .....	33
3.3	Modelo físico e Condições de contorno .....	40
4	Resultados para tubeiras de razão de expansão e comprimento fixos .....	42
4.1	Parâmetros de desempenho avaliados .....	42
4.2	Simulações realizadas .....	45
4.3	Simulações com a Tubeira de divergente logarítmico .....	46
4.4	Simulações com a Tubeira com divergente $\frac{1}{2}$ cosseno .....	49
4.5	Simulações com a Tubeira com divergente $\frac{1}{4}$ seno .....	51
4.6	Simulações com a Tubeira com divergente $\frac{1}{2}$ parábola .....	53
4.7	Simulações com a Tubeira cônica original .....	54
4.8	Comparação e discussão dos Resultados .....	56
5	Resultados para tubeiras de razão de expansão livre e comprimento fixo .....	57
5.1	Comparação das diferentes geometrias simuladas .....	58
5.2	Simulações .....	59
5.3	Comparações e discussão dos resultados .....	60
6	Resultados para tubeiras de razão de expansão livre e comprimento variável .....	64
6.1	Simulações com a geometria do divergente de Anderson com os raios de saída do capítulo 5 .....	64

6.2 Comparação entre o coeficiente de empuxo das tubeiras sino de Anderson e a solução 1D .....	65
6.3 Simulações com a geometria cônica no mesmo comprimento do divergente de Anderson nos raios de saída do capítulo 5 .....	66
6.4 Comparações.....	68
7 Estudo teórico experimental do comportamento de 7 divergentes de motores-foguete a propelente sólido .....	72
7.1 Classificação de motores-foguete.....	72
7.2 Obtenção da pressão de estagnação média dos motores-foguete do fabricante .....	73
7.3 programa pressao_camara.....	74
7.4 Projeto de novas tubeiras .....	77
7.5 Equipamentos utilizados .....	81
7.6 Análises do desempenho das tubeiras com a teoria 1D .....	83
7.7 Simulações com o Mach2D na geometria e dados experimentais dos testes estáticos..	86
7.8 Resultados e discussão .....	89
8 Conclusão .....	93
8.1 Comentários finais .....	93
8.2 Contribuições .....	93
8.3 Trabalhos futuros .....	94
Referências .....	95

# 1 INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo são apresentados: a motivação para este trabalho, uma visão geral do que são motores-foguete, a revisão bibliográfica e os objetivos.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

No começo da década de 1940 a Alemanha começava a produção em massa de um míssil balístico, conhecido como "Arma da Vingança 2" em tradução livre, ou apenas V2. Com seu sistema inovador de propulsão líquida de refrigeração regenerativa, era uma arma muito avançada para a época.

Seu projetista chefe Wernher von Braun, que na época era diretor técnico do programa de mísseis balísticos da Alemanha, é tido por muitos como 'patrono da ciência dos foguetes'.

A complexidade deste míssil, que mais tarde seria utilizado como foguete para outros fins não militares, é tão grande que nem nos dias atuais o Brasil tem a tecnologia necessária para replicar seu motor.

Após a captura de von Braun e outros cientistas por equipes de inteligência das forças aliadas, a União Soviética enviou equipes e resgatou partes da V2 para poder replicar o seu imenso poderio militar (do míssil balístico alemão).

O programa espacial soviético foi liderado por Sergei Korolev. Seu nome foi divulgado apenas após a sua morte em 1966 (WIKIPEDIA, 2013).

Nasceu assim a corrida espacial, na qual as forças americanas e soviéticas travaram esforços para ir além do nosso mundo, ver a vida e os astros de uma nova forma.

Durante a corrida espacial, muitas pessoas se envolveram com atividades amadoras de foguetes. Estas atividades envolviam utilizar tubos metálicos como corpo do foguete e misturar propelentes perigosos. Estas atividades causaram ferimentos e até mortes de muitas pessoas na época. (NAR, 2013)

Com estes acontecimentos, surgiu uma alternativa para os aficionados de foguetes, o foguetemodelismo, que faz uso de componentes muito mais seguros: utiliza-se de motores

fechados e descartáveis, ou seja, não há nenhum contato com o propelente; os tubos-foguete podem ser feitos de papelão, as empenas de madeira balsa, entre outros materiais leves.

Geralmente os espaçomodelos possuem sistemas de recuperação como fitas ou paraquedas, tornando possível seu lançamento tantas vezes quanto desejado, bastando apenas trocar o motor já utilizado por um novo.

Esta forma de projetar um espaçomodelo traz muitas vantagens se comparadas ao projeto de foguetes experimentais: todos os materiais, exceto o motor, podem ser encontrados em lojas de presentes, mercados ou até como descarte de produtos comuns, por exemplo o miolo de tubos de papel. Interessante é que as lojas de presentes americanas também vendem os motores-foguete e ainda kits de espaçomodelos.

Os principais fabricantes de motores-foguete americanos são a Estes e a Apogee. Existem outros fabricantes como a Quest, Aerotech, Pro-X.

A Estes foi criada em 1958 em Denver, Colorado. A empresa desenvolveu uma máquina de produção em massa de motores de espaçomodelo. Em 1960 começaram a comercializar espaçomodelos por correio. Hoje em dia comercializa motores e equipamentos para foguetes (ESTES, 2013).

A Apogee foi criada em 1989 em Minnesota, que consistia em comercializar produtos que otimizavam o voo dos espaçomodelos. Também como a Estes, a Apogee comercializa atualmente motores e equipamentos para foguetes (APOGEE, 2013).

E por fim, a única empresa brasileira atualmente que comercializa motores-foguete: a Bandeirante. A Boa Vista Modelismo Ltda - Bandeirante, foi criada em setembro de 1999. Comercializa kits de espaçomodelos, motores-foguete, entre outros e tem a sua sede em Pernambuco (BANDEIRANTE, 2013).

A Bandeirante também comercializa kits de espaçomodelos, mas a empresa Edge of Space e a Acrux também o comercializam.

A Edge of Space foi criada com o objetivo de desenvolver e implantar projetos que visem a obtenção de tecnologias voltadas à otimização de sistemas de propulsão aeroespacial no Brasil (EDGE OF SPACE, 2013).

A Acrux foi criada com o objetivo primordial de fornecer soluções para a área de propulsão de foguetes de sondagem e veículos lançadores (ACRUX, 2013).

## 1.2 MOTORES-FOGUETE

Os foguetes são veículos que se baseiam na terceira lei de Newton (lei de ação e reação) para levar suas cargas úteis. A parte propulsiva do foguete é denominada motor-foguete.

Um motor-foguete tem a função de acelerar os gases provindos da combustão. Geralmente esta combustão se dá pela ação de um oxidante e um combustível, utilizando o ignitor para dar início à reação. A classificação do tipo de motor-foguete é feita com base no estado físico deste oxidante e combustível (SUTTON, 1992).

Há motores-foguete cujo propelente está no estado gasoso, no estado líquido ou ainda no estado sólido. Há também tipos híbridos de propulsão, o mais comum deles é parte do propelente estar no estado líquido e outro no estado sólido.

A geometria da tubeira, porção convergente-divergente do bocal, de um motor-foguete consiste basicamente de duas partes: convergente e divergente. Considerando uma pressão constante na câmara de combustão, as funções das partes comentadas serão:

- A função do convergente é a de diminuir a área de passagem dos gases, diminuindo a pressão do fluido e aumentando sua velocidade até atingir o regime subsônico. Entre o convergente e o divergente há uma área mínima chamada garganta.
- A função do divergente é de aumentar a área de passagem dos gases, diminuindo a pressão e aumentando a velocidade dos gases.

Em termos de saída do divergente, uma geometria de motor-foguete pode ser descrita como: subexpandida, expansão ótima (condição de projeto) e superexpandida, dependendo da relação entre a pressão de saída e a pressão ambiente.

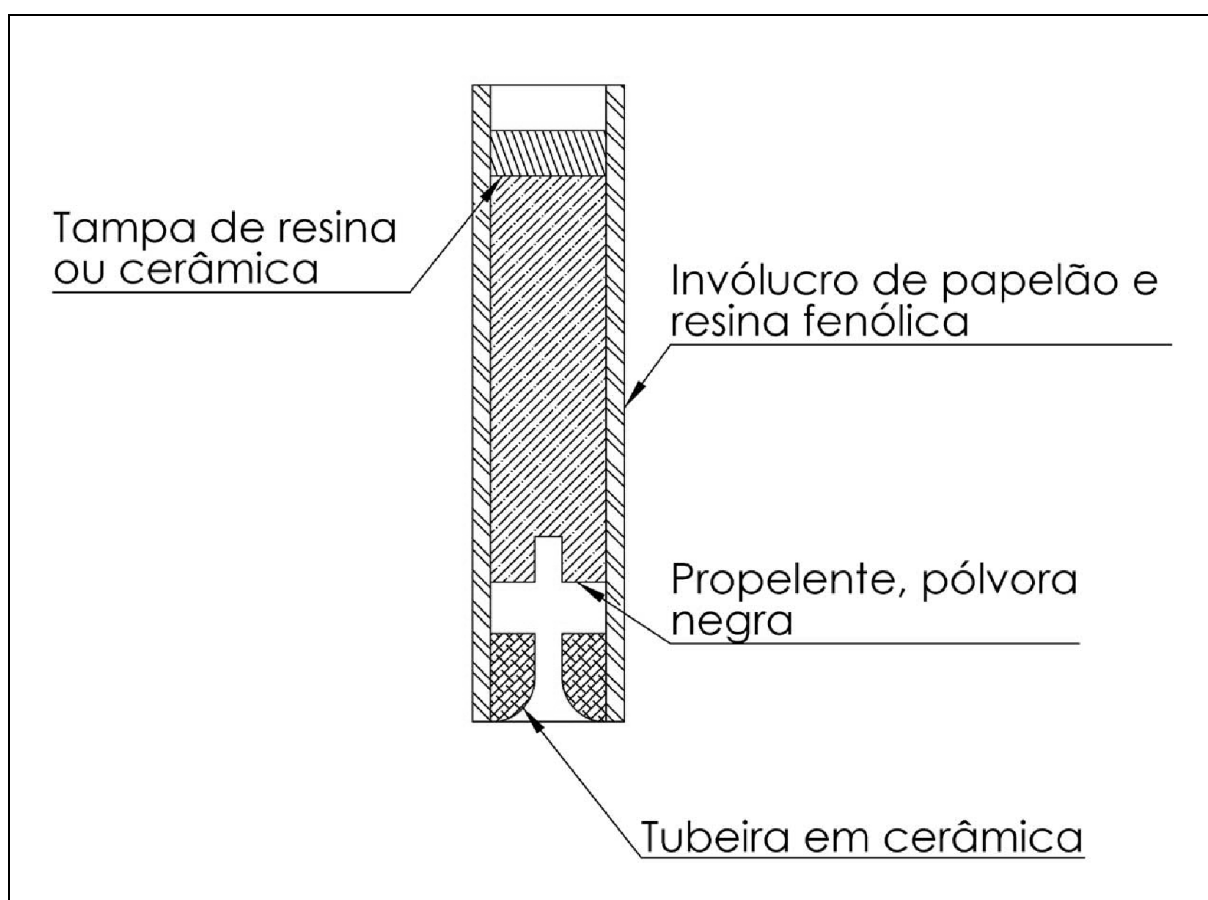
Uma tubeira subexpandida é obtida quando os gases na saída estão a uma pressão maior que a pressão externa. A expansão total do fluido não ocorre dentro da tubeira, ela se completa fora da tubeira.

Uma tubeira de expansão ótima é obtida quando os gases na saída estão a uma pressão exatamente igual à pressão externa. Esta geometria é a ideal para a expansão dos gases, pois não há perdas em relação à expansão incompleta ou geração de baixa pressão na saída da tubeira.

Há tubeiras na qual a expansão é ligeiramente maior que a expansão ótima e ocorrem ondas de choque oblíquas imediatamente fora da tubeira.

Uma tubeira superexpandida é quando os gases na saída estão a uma pressão menor que a pressão externa. Há então uma separação do fluido da parede seguida de onda de choque oblíqua, que ocorre tão próxima da garganta quanto menor for a pressão de saída da tubeira. Geralmente, se a pressão de saída dos gases for menor que 40% da pressão externa, teremos um escoamento subsônico no divergente do bocal.

Está mostrado na Fig. 1.1 o esquema de um motor-foguete utilizado tanto nas tubeiras do fabricante brasileiro (com divergente parabólico tipo corneta) quanto nas tubeiras da Estes (BROWN, 1978) (com divergente cônico), o efeito do tipo de geometria utilizado pelo fabricante brasileiro será estudado no Cap. 7 desta dissertação, nota-se também a ausência da parte convergente.



**Figura 1.1** Esquema de um motor-foguete utilizado em espaçomodelos

A força que o motor-foguete exerce sobre o foguete é chamada empuxo. Sua equação geral é:

$$F = \underbrace{\dot{m} v}_1 + \underbrace{(P_s - P_e) A_s}_2 \quad (1.1)$$

Onde:

$\dot{m}$  = fluxo de massa ejetado pelo motor-foguete (kg/s)

$v$  = velocidade dos gases ejetados (m/s)

$P_s$  = pressão de saída dos gases do motor-foguete (Pa)

$P_e$  = pressão externa ao motor-foguete (Pa)

$A_s$  = área de saída dos gases ejetados (m<sup>2</sup>)

Na Eq. 1.1 têm-se duas parcelas da força de empuxo: a primeira é a quantidade de movimento linear que os gases ejetados exercem contra o motor-foguete, o chamado empuxo de quantidade de movimento ou empuxo dinâmico. A segunda é uma força que a pressão externa exerce sobre a área de saída dos gases do motor, chamada empuxo de pressão.

Por esta equação é possível observar que, quanto menor a pressão externa, maior empuxo de pressão o motor-foguete exercerá. Ou seja, o local onde este tipo de motor tem maior desempenho é no vácuo absoluto.

A maioria dos minimotores-foguete é utilizada à pressão atmosférica. Ou seja, devem ser projetados para que a pressão de saída dos gases seja próxima desta pressão. Para os motores-foguete de espaçomodelos, que foram a motivação para este trabalho, um estudo aprofundado de sete tipos diferentes de tubeiras é mostrado no Cap. 7.

Para motores-foguete operando no vácuo, onde a expansão dos gases pode se estender até o máximo permitido pelas restrições da missão, é possível expandir até algum certo limite, limite este que será abordado neste trabalho.

### 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E PROBLEMA DE ESTUDO

Segundo a teoria 1D para escoamentos internos em motores-foguete, quanto maior for a razão de expansão, que é a razão entre a área da saída e a área crítica (a menor área transversal ao escoamento do motor-foguete), maior será o empuxo produzido pelo motor-foguete operando no vácuo.

No entanto, há na literatura uma recomendação (CAMPBELL e FARLEY, 1960) de que para motores-foguete com a saída cônica deve-se utilizar um ângulo de saída de  $15^\circ$ , ou seja, conforme a razão de expansão aumenta, também aumentará o comprimento total do motor-foguete.

Esta é uma recomendação prática, no entanto como seria o comportamento do empuxo ao avaliar diferentes razões de expansão e diferentes comprimentos de tubeiras com a teoria de escoamento invíscido 2D no vácuo?

Hoffman (1987) propõe o uso de tubeiras ótimas truncadas (que aumentam o empuxo sem comprometer o comprimento total) e as compara com as tubeiras obtidas através do método de Rao (1958). No entanto, os dois autores utilizam o método das características para resolver o escoamento supersônico. Hoffman utiliza o método da análise de perturbações desenvolvido por Kliegel e Levine (1969) para obter as propriedades necessárias na região transônica.

Não foi encontrado na literatura um trabalho que apresentasse os efeitos bidimensionais que a razão de expansão pode gerar em tubeiras de comprimento fixo ou variável. O qual é o objetivo principal deste trabalho.

Segundo Sutton (1992), há uma perda no desempenho do motor-foguete se a sua geometria estiver superexpandida. Hageman e colaboradores (1998) relatam que se uma tubeira operar em situações onde há uma subexpansão ou superexpansão dos gases (fora de projeto) isto tenderá a diminuir o desempenho do motor-foguete. Este problema é abordado no Cap. 7, onde 7 tipos de tubeira de minimotores-foguete foram testados e analisados.



## 1.4 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo principal utilizar simulações numéricas bidimensionais para avaliar o comportamento de tubeiras de motores-foguete operando no vácuo e utilizando ar aquecido como gás de trabalho. Para isto foram realizados 3 tipos de avaliações:

- Razão de expansão fixa e comprimento fixo no Cap. 4. Neste capítulo, 5 diferentes geometrias de divergente foram avaliadas ( $\frac{1}{2}$  cosseno, logarítmico,  $\frac{1}{4}$  seno,  $\frac{1}{2}$  parábola e cônico), com o envelope fixo.

- Razão de expansão variável e comprimento fixo no Cap. 5. Neste capítulo, 3 tipos de geometrias de divergente foram avaliados (cônico,  $\frac{1}{2}$  cosseno e logarítmico) em diferentes razões de expansão, variando desde 10 a 30° de ângulo equivalente cônico, (mesma área de saída e comprimento que gerariam este ângulo).

- Razão de expansão variável e comprimento livre no Cap. 6. Neste capítulo, apenas a geometria cônica foi utilizada em 3 comprimentos diferentes e, da mesma forma que o Cap. 5, foram feitas simulações desde 10 a 30° de ângulo do divergente cônico.

Outro objetivo seria avaliar o desempenho experimental de 7 tipos de divergentes de minimotores-foguete (motores-foguete utilizados em espaçomodelos) ao modificar-se as razões de expansão e suas geometrias. Os resultados estão presentes no Cap. 7.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados: a teoria unidimensional de escoamentos compressíveis aplicadas a tubeiras de motores-foguete, a teoria de volumes finitos usada no código computacional Mach2D (que será usado neste trabalho para todas as comparações de escoamentos bidimensionais), uma visão geral dos solvers utilizados para a resolução dos sistemas de equações gerados pelo Mach2D e a teoria do método de geração da geometria sino de Anderson (2003).

### 2.1 TEORIA 1D DE ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL PARA TUBEIRAS

Para um motor-foguete ideal, são válidas as seguintes hipóteses (SUTTON, 1992):

- A substância de trabalho (produtos da reação química do propelente) é homogênea
- Todas as fases do fluido de trabalho são gasosas. Qualquer fase condensada (líquida ou sólida) possui massa desprezível
- A substância de trabalho obedece às leis de gases perfeitos
- Não há transferência de calor pelas paredes do motor; ou seja, o escoamento é adiabático.
- O escoamento dos produtos da combustão se dá em regime permanente e constante. A expansão do fluido de trabalho se dá de forma uniforme e em regime permanente, sem vibrações. Efeitos transientes (inícios e paradas) são de curta duração e podem ser desprezados
- Todos os gases de exaustão que deixam a tubeira do motor-foguete saem com velocidades apenas na direção axial.
- A velocidade, pressão, temperatura ou densidade do gás é uniforme ao longo de qualquer seção normal ao eixo da tubeira.
- O equilíbrio químico é estabelecido dentro da câmara de combustão e a sua composição não se altera ao longo da tubeira.
- Não há atrito e os efeitos de camada limite são desprezados.

- Não há ondas de choque ou descontinuidades ao longo do escoamento.

Desta forma é possível considerar um fluido isentrópico. Teremos as seguintes equações (formas alternativas da equação da energia) que modelam este fenômeno (FOX e McDONALD, 1988; KUNDU e COHEN, 2008):

$$P = P_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\gamma/(\gamma - 1)} \quad (2.1)$$

$$T = T_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1} \quad (2.2)$$

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-1/(\gamma - 1)} \quad (2.3)$$

E usando a lei dos gases perfeitos:

$$u = M \sqrt{\gamma R T} \quad (2.4)$$

Onde:

$\gamma$ : Razão entre calores específicos.

$P$ : Pressão local. [Pa]

$T$ : Temperatura local. [K]

$\rho$ : Massa específica local. [kg/m<sup>3</sup>]

$R$ : Constante de gases perfeitos do gás de trabalho. [J/kg/K]

$u$ : Velocidade local. [m/s]

$X_0$ : O subíndice zero significa que a propriedade é válida na zona de estagnação, o X pode assumir tanto pressão, temperatura quanto massa específica.

$M$ : Número de Mach local; pode ser calculado resolvendo-se uma equação não linear apresentada abaixo (FOX e McDONALD, 1988), a partir da equação da conservação da massa:

$$\frac{A}{A_g} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.5)$$

$A_g$  : Área da garganta da tubeira, também chamada de área crítica. [m<sup>2</sup>]

A: Área local. [m<sup>2</sup>]

O coeficiente de empuxo, que é definido pela razão entre o empuxo e o produto entre a pressão na câmara e a área da garganta  $\left( C_f = \frac{F}{P_0 A_g} \right)$ :

$$C_f = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_s}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \frac{P_s - P_e}{P_0} \varepsilon_e} \quad (2.6)$$

onde:

$C_f$ : Coeficiente de empuxo (adimensional)

$\varepsilon_e$  : Razão de expansão, razão entre a área de saída da tubeira e a área da garganta.

Observando que, se o ambiente de trabalho de um motor-foguete for o vácuo, a subtração presente na parcela a direita da Eq. (2.6) deixa de existir. Ou seja, o motor-foguete possui desempenho máximo no vácuo.

Outra observação importante é que, ao trabalhar no vácuo devemos diminuir ao máximo possível a pressão na saída do motor-foguete. Se fosse possível obter uma pressão nula na saída, a subtração no interior da primeira parcela da Eq. (2.6) desaparecería e a segunda parcela desta equação também, teríamos portanto um empuxo máximo de:

$$C_{f,\max} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (2.7)$$

## 2.2 TEORIA DE VOLUMES FINITOS USADA NO MACH2D

O Mach2D é um código que utiliza o método dos volumes finitos para a resolução das equações diferenciais de conservação da massa, quantidade de movimento linear axial e transversal, e ainda a conservação da energia térmica, além da equação de estado dos gases perfeitos. Estas equações estão apresentadas a seguir, a Eq. (2.8) representa a conservação da massa, a Eq. (2.9) representa a conservação da quantidade de movimento linear em qualquer direção  $x_k$ , a Eq. (2.10) representa a conservação da energia e a Eq. (2.11) representa a equação de estado.

$$\frac{\partial(\rho u_k)}{\partial x_k} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial(\rho u_k u_i)}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

$$c_p \left[ \frac{\partial(\rho u_k T)}{\partial x_k} \right] = u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.10)$$

$$p = \rho R T \quad (2.11)$$

Onde:  $u_k$  : Componente da velocidade na direção k [m/s],  $x_k$  : Direção k [m],  $u_i$  : Componente da velocidade relativo à quantidade de movimento linear na direção i [m/s],  $c_p$  : Calor específico à pressão constante do gás [J/kg/K],  $\kappa$  : Condutividade térmica do gás [W/m<sup>2</sup>/K].

Notando que nas Eq. (2.8) a (2.10) é desconsiderada a viscosidade do fluido, ou seja, são válidas para um escoamento invíscido, que é o modelo de escoamento utilizado nas simulações numéricas deste trabalho.

O código computacional, no entanto, Mach2D permite a simulação de escoamento invíscido, laminar ou turbulento (modelo Baldwin-Lomax) de fluido compressível, contínuo, não-reativo, termicamente perfeito (de entalpia e energia interna dependentes apenas da temperatura), mas neste estudo foi utilizado apenas o regime invíscido, por isto as equações

2.9 a 2.11 não mostram as outras contribuições dos outros regimes. A linguagem utilizada na programação deste código é o Fortran 90 e os esquemas de aproximação das derivadas são de primeira ou segunda ordens de acurácia, denominados UDS (Upstream Differencing Scheme) e CDS (Central Differencing Scheme) respectivamente. Permite ainda a simulação de escoamento bidimensional plano ou axissimétrico em qualquer regime de velocidade.

As condições de contorno são aplicadas com o método dos volumes fictícios, a malha é estruturada não-ortogonal de faces centradas, utiliza coordenadas curvilíneas  $\xi$ - $\eta$ , formulação totalmente implícita no tempo para o processo iterativo, a formulação é adequada para qualquer regime de velocidades, o método SIMPLEC é utilizado para o acoplamento pressão-velocidade e as velocidades nas faces é obtida com um arranjo co-localizado.

## 2.3 SOLVERS UTILIZADOS

São quatro os sistemas de equações gerados pela discretização das equações de conservação que modelam o escoamento: (1) Quantidade de movimento linear (QML) na direção axial, (2) QML na direção transversal, (3) Massa e (4) Energia.

Os métodos de resolução destes sistemas de equações utilizados neste trabalho foram dois: Modified Strongly Implicit (MSI) Procedure (SCHNEIDER e ZEDAN, 1981) e Jacobi. O método MSI foi utilizado na conservação da massa. O método Jacobi foi utilizado na conservação da QML axial e transversal e na conservação da energia.

O método MSI é uma modificação do método SIP (Strongly Implicit Procedure) (STONE, 1968), que utiliza uma decomposição LU parcial da matriz do sistema de equações para, a cada iteração, resolver a correção da variável dependente. Baseado no artigo de Schneider e Zedan (1981) o método MSI converge muito mais rapidamente que o ADI (PEACEMAN e RACHFORD, 1955), SOR (YOUNG, 1950) e o próprio SIP.

O método Jacobi é um solver do final do século de XVIII. Consiste em, a cada linha do sistema de equações, isolar a variável dependente e resolvê-la utilizando uma solução já existente para todo o campo. Repetir o processo até uma determinada tolerância ser atingida.

No regime invíscido a equação que geralmente é mais difícil de resolver e consome mais iterações e esforço computacional é a conservação da massa, as outras (conservação da

quantidade de movimento e a equação da conservação da energia) não causam tal problema, ou seja, é possível utilizar um método mais rápido e menos custoso para resolvê-las melhorando o tempo computacional.

## **2.4 TEORIA DO MÉTODO DA GERAÇÃO DA GEOMETRIA SINO DE ANDERSON**

O método da geração da geometria ótima proposto por Anderson (2003) consiste em considerar que a linha sônica ( $M=1$ ) é totalmente perpendicular ao escoamento. Para uma tubeira de comprimento mínimo, toda a seção de expansão é reduzida a um único ponto, o qual se propaga uma onda de expansão de Prandtl-Meyer do canto vivo da garganta com um ângulo máximo. Este ângulo máximo é igual à metade da função de Prandtl-Meyer projetada para um dado número de Mach na saída.

Com base nestas considerações, o método das características é utilizado para encontrar a geometria supersônica para o número de Mach proposto. Segundo o autor, o comprimento da tubeira supersônica é o mínimo consistente com um escoamento isentrópico livre de choques.

O código que produz a geometria supersônica foi resgatado do repositório do Matlab (2014) e traduzido para a linguagem Fortran 90, que é a linguagem nativa do código Mach2D e aplicado como uma rotina auxiliar na geração da geometria divergente da tubeira.

O método de geração de divergente supersônico de Anderson baseia-se em considerar a curva de Mach unitário perpendicular ao escoamento ou no método de Rao (1958), admitir que uma determinada curva é suficientemente supersônica, para poder assim utilizar-se do método das características para simular o escoamento supersônico e modelar a tubeira. No entanto na década atual é possível realizar simulações numéricas as quais podem considerar o escoamento ao longo de toda a tubeira, não importando o regime de velocidade. O código computacional utilizado neste trabalho, o Mach2D, é capaz disso.

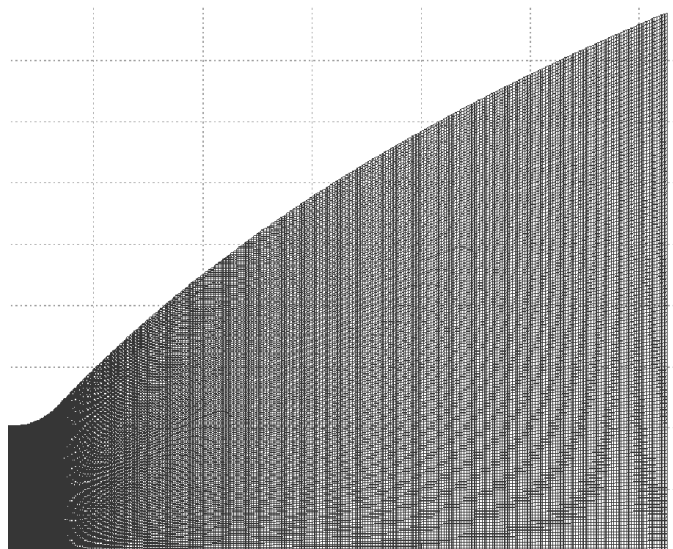
### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo é mostrado as geometrias propostas para a avaliação do efeito bidimensional sobre a parte divergente do motor foguete, a verificação e validação do código Mach2D (essencial para que esta dissertação gere resultados confiáveis) e finalmente o modelo fisico e condições de contorno utilizadas no código Mach2D.

#### 3.1 GEOMETRIAS PROPOSTAS

Para avaliar o comportamento bidimensional dos divergentes, foi proposto 4 geometrias: (1) logarítmica, (2) meio cosseno, (3)  $\frac{1}{4}$  seno e (4) meia parábola  $x(ax+b)$ , além da interpolação linear que é o divergente cônico. As suas deduções são as seguintes:

##### 1. Divergente logarítmico (Fig. 3.1)



**Figura 3.1 Divergente logarítmico, com raio de arredondamento após a garganta**

Equação geral, sem considerar o raio de arredondamento na garganta:

$$y = a_1 \ln(b_1 x) \quad (3.1)$$

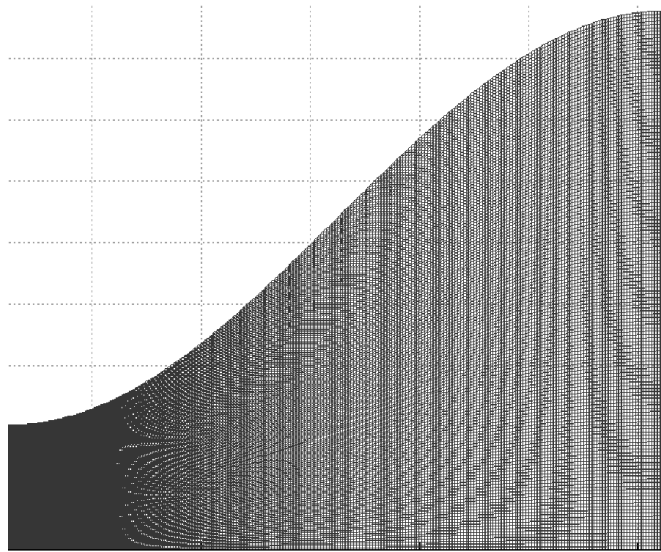


Considerando conhecidos os pontos de início e fim do divergente, sendo  $x_1, y_1$  e  $x_2, y_2$ , os coeficientes  $b_1$  e  $a_1$  serão respectivamente:

$$b_1 = \frac{e^{\left( -\frac{y_1 \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{y_1 - y_2} \right)}}{x_1} \quad (3.2)$$

$$a_1 = \frac{y_1}{\ln(b_1 x_1)} \quad (3.3)$$

## 2. Divergente meio cosseno (Fig. 3.2)



**Figura 3.2 Divergente meio cosseno**

Equação geral:

$$y = a_2 + b_2 \cos(c_2 x + d_2) \quad (3.4)$$

Considerando conhecidos os pontos de início e fim do divergente, sendo  $x_1, y_1$  e  $x_2, y_2$ , os coeficientes  $a_2, b_2, c_2$  e  $d_2$  serão respectivamente:

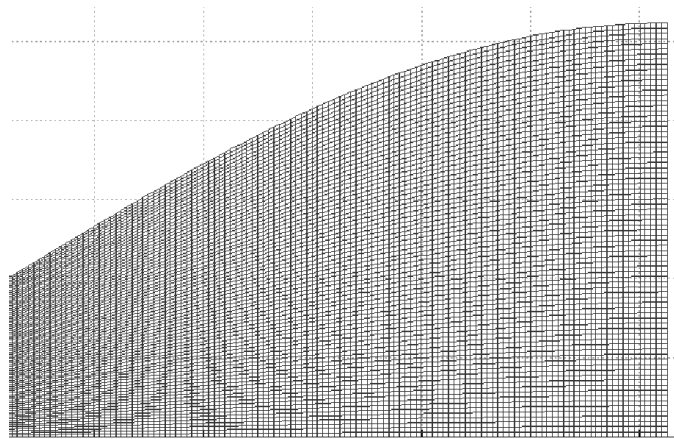
$$a_2 = \frac{y_2 + y_1}{2} \quad (3.5)$$

$$b_2 = -\frac{y_2 - y_1}{2} \quad (3.6)$$

$$c_2 = \frac{\pi}{x_2 - x_1} \quad (3.7)$$

$$d_2 = -x_1 \frac{\pi}{x_2 - x_1} \quad (3.8)$$

### 3. Divergente 1/4 senoidal (Fig 3.3)



**Figura 3.3 Divergente 1/4 seno, sem arredondamento após a garganta**

Equação geral:

$$y = a_3 + b_3 \sin(c_3 x + d_3) \quad (3.9)$$

Considerando conhecidos os pontos de início e fim do divergente, sendo  $x_1, y_1$  e  $x_2, y_2$ , os coeficientes  $a_3, b_3, c_3$  e  $d_3$  serão respectivamente:

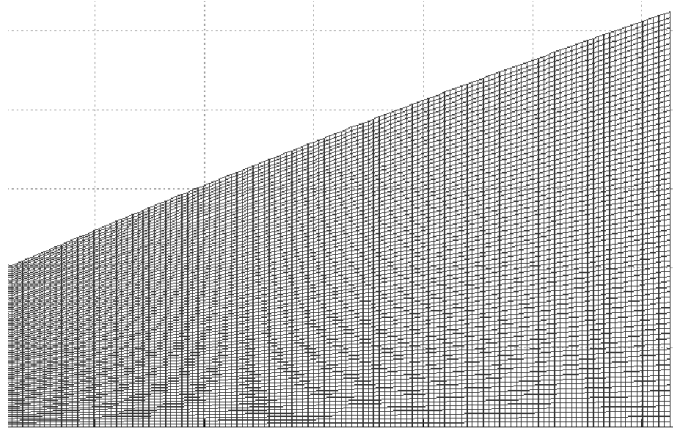
$$a_3 = y_2 - y_1 \quad (3.10)$$

$$b_3 = 1 \quad (3.11)$$

$$c_3 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{x_2 - x_1} \quad (3.12)$$

$$d_3 = -\frac{x_1}{2} \frac{\pi}{x_2 - x_1} \quad (3.13)$$

#### 4. Divergente meia parábola (Fig. 3.4)



**Figura 3.4 Divergente meia parábola**

Equação geral:

$$y = x(a_4x + b_4) \quad (3.14)$$

Considerando conhecidos os pontos de início e fim do divergente, sendo  $x_1, y_1$  e  $x_2, y_2$ , os coeficientes  $a_4$  e  $b_4$  serão respectivamente:

$$a_4 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{x_1 x_2 (x_1 - x_2)} \quad (3.15)$$

$$b_4 = \frac{y_1 - a_4 x_1^2}{x_1} \quad (3.16)$$

### 3.2 VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL MACH2D

Nesta validação e verificação, soluções numéricas foram comparados com resultados experimentais e analíticos. Os resultados experimentais foram extraídos do artigo de Back et al. (1965), de uma equipe do JPL (Jet Propulsion Laboratory) da NASA (National Aeronautics and Space Administration) e a solução analítica 2D é de Kliegel e Levine (1969).

Os resultados experimentais são 20 pontos experimentais de pressão ao longo da parede da tubeira, coeficiente de descarga (fluxo de massa real / fluxo de massa da solução analítica 1D) e empuxo total adimensionalizado (empuxo total real / empuxo total da solução analítica 1D).

Para a tubeira simulada, Fig. 3.5, o artigo de Back et al. (1965) apresenta na forma gráfica os resultados experimentais ao longo da tubeira, o coeficiente de descarga ( $C_d$ ) e o empuxo total adimensionalizado ( $F^*$ ). A leitura destes gráficos foi feita utilizando-se um leitor de pdf com suporte a medições. Isso adiciona erros de medição aos resultados experimentais. Para uma validação mais adequada, os resultados experimentais deveriam ser tabelados e acompanhados de suas respectivas incertezas. Mas artigos com dados experimentais são raros e quando encontrados, são antigos.

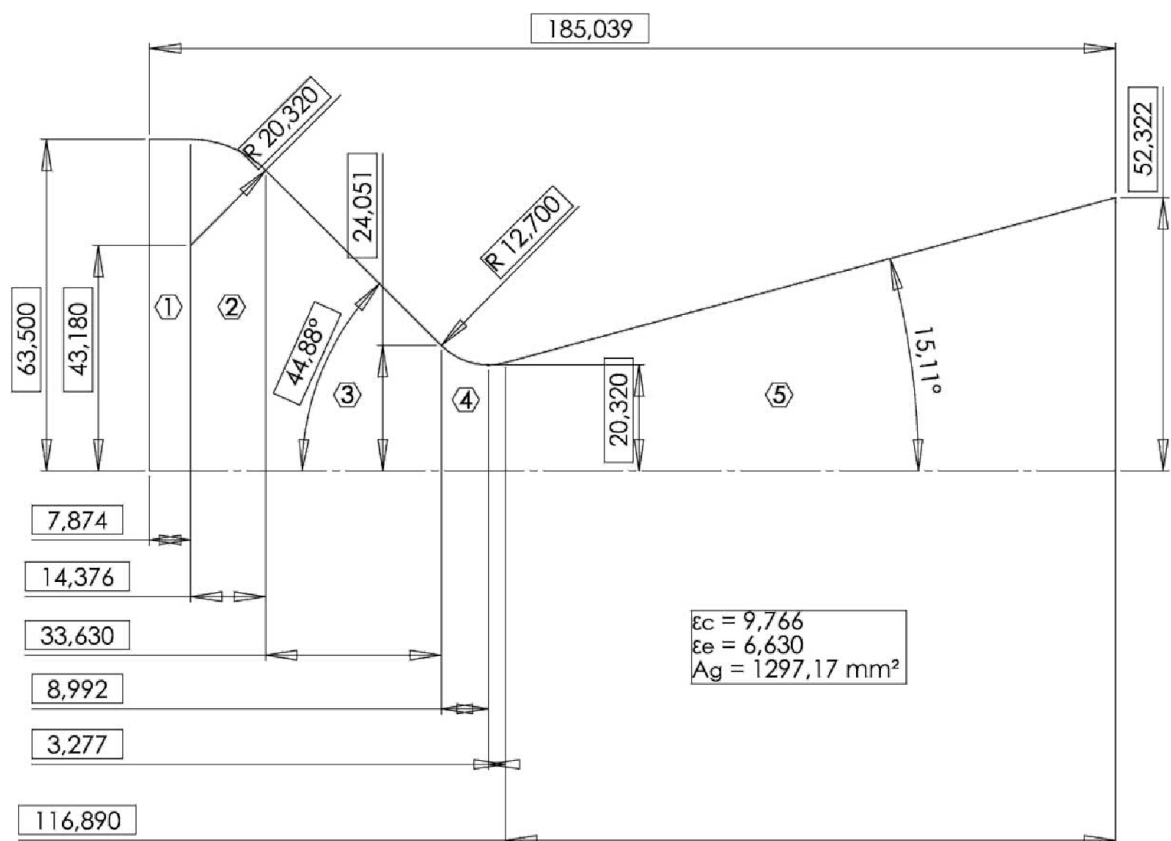


Figura 3.5 Esquema da tubeira real; todas as medidas estão em mm

Na Fig. 3.5,  $\varepsilon_c$  é a razão de contração de áreas, esta tubeira foi dividida em cinco seções, da esquerda para a direita:

1. Câmara de combustão: seção com raio de 63,5 mm e comprimento de 7,874 mm.
2. Transição de seção com arredondamento de raio 20,32 mm e comprimento 14,376 mm.
3. Tronco de cone convergente de comprimento 33,630 mm e ângulo com a horizontal de 44,88°.
4. Transição de seção até a garganta com arredondamento de raio 12,7 mm e comprimento 12,269 mm.
5. Tronco de cone divergente de comprimento 116,890 mm e ângulo com a horizontal de 15,11°.

O código computacional Mach2D (MARCHI e ARAKI, 2009) foi utilizado para simular o escoamento de ar na tubeira do motor-foguete, considerando o escoamento invíscido e axissimétrico, com pressão de estagnação de 1725,07 kPa (250,2 psia), temperatura de estagnação de 833,33 K (1500°R), razão de calores específicos de 1,4 e constante do gás perfeito de 286,9 J/(kg.K).

A malha base está representada na Fig. 3.6. Nesta malha, o domínio de cálculo da tubeira foi dividido em 24 volumes de controle na direção axial e 10 volumes de controle na direção transversal.

As especificações dos computadores utilizados nas simulações são apresentadas na Tab. 3.1. As soluções numéricas de primeira ordem de acurácia (UDS) foram obtidas com o computador i7, o computador CFD-21 foi utilizado para simular a malha mais fina deste trabalho, de 15,7 milhões de volumes e as soluções de segunda ordem de acurácia (CDS) foram obtidas com o computador CFD-6.

As características gerais das simulações são apresentadas nas Tab. 3.2 e 3.3. Nestas tabelas,  $n_x$  é o número de volumes de controle na direção axial;  $n_y$  é o número de volumes de controle na direção transversal;  $\Delta t$  é o passo de tempo, que serve como parâmetro de relaxação do sistema de equações;  $it$  é o número de iterações realizadas até ser atingido o erro de máquina;  $t_{CPU}$  é o tempo de CPU da simulação; e RAM é a quantidade de memória usada

pelo código. Só se conseguiu convergência do processo iterativo para nove malhas com UDS e cinco malhas com CDS, isto deve-se ao fato de que o modelo numérico fica mais complexo (maior quantidade de termos), o que dificulta a convergência.

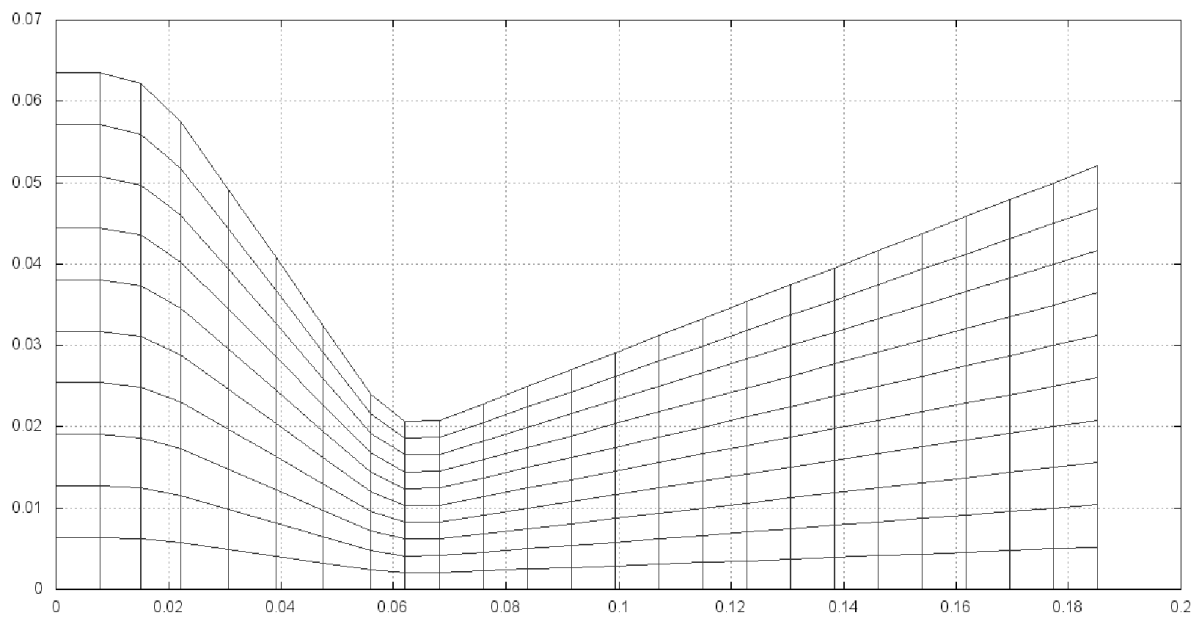


Figura 3.6 Malha base com 24 x 10 volumes, as medidas estão em metros

Tabela 3.1 Especificações dos computadores utilizados

Descrição	i7	CFD-6	CFD-21
Processador	Intel i7 3770	Intel Core 2 Duo E6700	2x Intel Xeon X5690
Frequência do clock	3,4 GHz	2,66 GHz	3,46 GHz
Frequência do boost	3,9 GHz		3,73 GHz
Número de núcleos	4	2	2x6
Número de threads	8		2x12
Memória RAM	8 Gb	8 Gb	192 Gb
HD	500 Gb	160 Gb	2,4 Tb
Placa Mãe	Gigabyte GA-B75M-D3H	Intel DQ965GF	
Sistema Operacional	Windows 7 64 bits	Windows XP 64 bits	Windows 7 64 bit
Ambiente de Programação	Visual Studio 2008	Visual Studio 2005	Visual Studio 2008
Versão do compilador Fortran	11.1.3471	11.1.3471.2005	11.1.3471

Tabela 3.2 Características gerais das simulações com UDS (1ª ordem de acurácia)

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
BCK.E.F3.001	24	10	5,00E-05	300	0,046 s	4,717
BCK.E.F3.002	48	20	5,00E-05	350	0,166 s	5,573
BCK.E.F3.003	96	40	1,20E-05	775	1,394 s	8,605
BCK.E.F3.004	192	80	5,50E-06	1875	14,096 s	20,274
BCK.E.F3.005	384	160	2,70E-06	4500	2,9 min	66,319
BCK.E.F3.006	768	320	1,30E-06	8650	31,7 min	247,436
BCK.E.F3.007	1536	640	6,70E-07	25050	6,4 h	970,968
BCK.E.F3.008	3072	1280	3,30E-07	78875	3,6 dias	3795,724
BCK.E.F3.009	6144	2560	1,60E-07	282100	~3 meses	~16 Gb

As comparações entre o coeficiente de descarga numérico e o experimental estão nas Tab. 3.4 e 3.5. Considera-se o erro como a diferença entre o resultado experimental e a solução numérica, mostra-se também a ordem aparente  $p_U$  que deve se aproximar de 1 para o caso do UDS e 2 para o CDS (ordens da aproximação utilizada).

Nas Tab. 3.6 e 3.7 são mostradas comparações entre o coeficiente de descarga numérico e a solução analítica de Kliegel e Levine (1969), a qual considerada um escoamento potencial na garganta.

As comparações entre o empuxo total adimensionalizado ( $F_v^*$ ) numérico e o experimental estão nas Tab. 3.8 e 3.9.

**Tabela 3.3 Características gerais das simulações com CDS (2ª ordem de acurácia)**

Simulação	$n_x$	$n_y$	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
BCK.CDS.01	24	10	3,00E-05	2325	0,718 s	3,545
BCK.CDS.02	48	20	4,90E-06	16125	16,969 s	4,421
BCK.CDS.03	96	40	4,90E-06	11475	49,593 s	7,625
BCK.CDS.04	192	80	1,80E-06	20925	8 min	19,23
BCK.CDS.05	384	160	6,00E-07	61650	1,9 h	64,938

**Tabela 3.4 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e o resultado experimental do Cd**

Simulação	$n_x$	$n_y$	Cd numérico	$p_U$	Cd experimental	Erro	Erro (%)
BCK.E.F3.001	24	10	1,07467496859766E+00			-9,6934446E-02	9,91%
BCK.E.F3.002	48	20	1,04214071229329E+00			-6,4400190E-02	6,59%
BCK.E.F3.003	96	40	1,01408273600131E+00	0,214		-3,6342213E-02	3,72%
BCK.E.F3.004	192	80	9,99170727444336E-01	0,912		-2,1430205E-02	2,19%
BCK.E.F3.005	384	160	9,90503255188312E-01	0,783	0,9777	-1,2762733E-02	1,31%
BCK.E.F3.006	768	320	9,86014527168918E-01	0,949		-8,2740046E-03	0,85%
BCK.E.F3.007	1536	640	9,83686484488864E-01	0,947		-5,9459619E-03	0,61%
BCK.E.F3.008	3072	1280	9,82519011555088E-01	0,996		-4,7784890E-03	0,49%
BCK.E.F3.009	6144	2560	9,81935325345749E-01	1,000		-4,1948028E-03	0,43%

**Tabela 3.5 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e o resultado experimental do Cd**

Simulação	$n_x$	$n_y$	Cd numérico	$p_U$	Cd experimental	Erro	Erro (%)
BCK.CDS.01	24	10	9,52129618741408E-01			2,5610904E-02	2,62%
BCK.CDS.02	48	20	9,75952526808685E-01			1,7879958E-03	0,18%
BCK.CDS.03	96	40	9,80059667451581E-01	2,536	0,9777	-2,3191449E-03	0,24%
BCK.CDS.04	192	80	9,80707197487315E-01	2,665		-2,9666749E-03	0,30%
BCK.CDS.05	384	160	9,81034162657062E-01	0,986		-3,2936401E-03	0,34%

Tabela 3.6 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e analítica do Cd

Simulação	nx	ny	Cd numérico	pU	Cd analítico	Erro	Erro (%)
BCK.E.F3.001	24	10	1,07467496859766E+00			-9,3331933E-02	9,51%
BCK.E.F3.002	48	20	1,04214071229329E+00			-6,0488492E-02	6,16%
BCK.E.F3.003	96	40	1,01408273600131E+00	0,214		-3,2430516E-02	3,30%
BCK.E.F3.004	192	80	9,99170727444336E-01	0,912		-1,7518508E-02	1,78%
BCK.E.F3.005	384	160	9,90503255188312E-01	0,783	9,816538761092243E-01	-8,8505188E-03	0,90%
BCK.E.F3.006	768	320	9,86014527168918E-01	0,949		-4,3606631E-03	0,44%
BCK.E.F3.007	1536	640	9,83686484488864E-01	0,947		-2,0326204E-03	0,21%
BCK.E.F3.008	3072	1280	9,82519011555088E-01	0,996		-8,6514748E-04	0,09%
BCK.E.F3.009	6144	2560	9,81935325345749E-01	1,000		-2,8145064E-04	0,03%

Tabela 3.7 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e analítica do Cd

Simulação	nx	ny	Cd numérico	pU	Cd analítico	Erro	Erro (%)
BCK.CDS.01	24	10	9,52129618741408E-01			2,9213417E-02	2,98%
BCK.CDS.02	48	20	9,75952526808685E-01			5,6996930E-03	0,58%
BCK.CDS.03	96	40	9,80059667451581E-01	2,536	9,816538761092243E-01	1,5925524E-03	0,16%
BCK.CDS.04	192	80	9,80707197487315E-01	2,665		9,4502233E-04	0,10%
BCK.CDS.05	384	160	9,81034162657062E-01	0,986		6,1857370E-04	0,06%

Tabela 3.8 Comparação entre as soluções numéricas com UDS e o resultado experimental de Fv\*

Simulação	nx	ny	Fv* numérico	pU	Fv* experimental	Erro	Erro (%)
BCK.E.F3.001	24	10	9,79758391285342E-01			-1,2820155E-02	1,33%
BCK.E.F3.002	48	20	9,81129938288365E-01			-1,4191702E-02	1,47%
BCK.E.F3.003	96	40	9,75170710039538E-01			-8,2324742E-03	0,85%
BCK.E.F3.004	192	80	9,72657128231212E-01	1,245		-5,7188924E-03	0,59%
BCK.E.F3.005	384	160	9,70705202221129E-01	0,365	0,9669	-3,7669664E-03	0,39%
BCK.E.F3.006	768	320	9,69725780594103E-01	0,995		-2,7875447E-03	0,29%
BCK.E.F3.007	1536	640	9,69198713112863E-01	0,894		-2,2604773E-03	0,23%
BCK.E.F3.008	3072	1280	9,68941753714627E-01	1,036		-2,0035179E-03	0,21%
BCK.E.F3.009	6144	2560	9,68815499406952E-01	1,025		-1,8772636E-03	0,19%

Tabela 3.9 Comparação entre as soluções numéricas com CDS e o resultado experimental de Fv\*

Simulação	nx	ny	Fv* numérico	pU	Fv* experimental	Erro	Erro (%)
BCK.CDS.01	24	10	9,39824123618495E-01			2,7114112E-02	2,80%
BCK.CDS.02	48	20	9,62609740213554E-01			4,3284956E-03	0,45%
BCK.CDS.03	96	40	9,67033055358875E-01	2,365	0,9669	-9,4819509E-05	0,01%
BCK.CDS.04	192	80	9,67973688223628E-01	2,233		-1,0354524E-03	0,11%
BCK.CDS.05	384	160	9,68353935801554E-01	1,307		-1,4157000E-03	0,15%

As Tab. 3.10 e 3.11 apresentam a média aritmética do erro absoluto percentual da pressão ao longo da parede da tubeira das soluções numéricas obtidas respectivamente com UDS e CDS.

Percebe-se nas Tab. 3.9 que a partir da malha 96x40 o erro percentual começa a aumentar; se o código for implementado corretamente quanto mais fina a malha mais próximo da solução analítica estaremos, no entanto a solução analítica do modelo matemático pode não



representar fielmente o fenômeno físico por menores que sejam as simplificações adotadas na sua dedução, a diferença observada deve-se ao fato de estarmos nos distanciando do fenômeno físico e nos aproximando da solução do modelo matemático, o que ocorre por pura coincidência de erros.

**Tabela 3.10 Erro percentual médio da pressão na parede da tubeira para UDS**

Simulação	nx	ny	Erro percentual médio
BCK.E.F3.001	24	10	41,37%
BCK.E.F3.002	48	20	15,41%
BCK.E.F3.003	96	40	7,07%
BCK.E.F3.004	192	80	3,54%
BCK.E.F3.005	384	160	2,09%
BCK.E.F3.006	768	320	2,05%
BCK.E.F3.007	1536	640	2,21%
BCK.E.F3.008	3072	1280	2,41%
BCK.E.F3.009	6144	2560	2,41%

**Tabela 3.11 Erro percentual médio da pressão na parede da tubeira para CDS**

Simulação	nx	ny	Erro percentual médio
BCK.CDS.01	24	10	18,44%
BCK.CDS.02	48	20	4,15%
BCK.CDS.03	96	40	3,35%
BCK.CDS.04	192	80	2,66%
BCK.CDS.05	384	160	2,11%

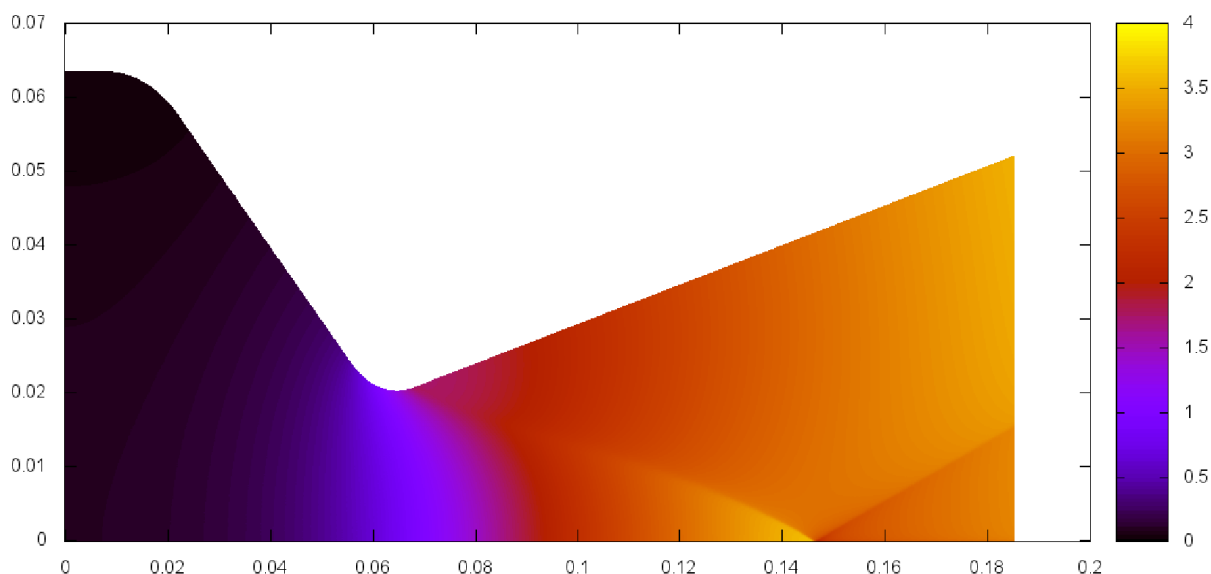
A Fig. 3.7 mostra o campo do número de Mach obtido com UDS na 2ª malha mais refinada (3072 x 1280 volumes), com cerca de 4 milhões de nós. Nota-se a existência de uma onda de choque oblíqua, cuja existência já foi comprovada experimentalmente. O programa de geração do gráfico não conseguiu gerar este gráfico para a malha mais fina (6144 x 2560 volumes).

Para as variáveis globais  $C_d$  e  $F_v^*$ , a diferença entre os resultados numéricos e experimentais foi de no máximo 0,4% e 0,3% na malha mais fina respectivamente do UDS e CDS.

Já no caso das variáveis locais, como a pressão ao longo da parede da tubeira, a diferença média entre os resultados numéricos e experimentais foi de no máximo 2,4% e 2,1% na malha mais fina respectivamente do UDS e CDS.

Portanto, para a malha mais fina que se conseguiu convergência, os erros entre os resultados experimentais e as soluções numéricas obtidas com UDS e CDS são praticamente

equivalentes, contudo o tempo computacional é muito inferior utilizando-se CDS. Para os resultados obtidos, o código está validado.

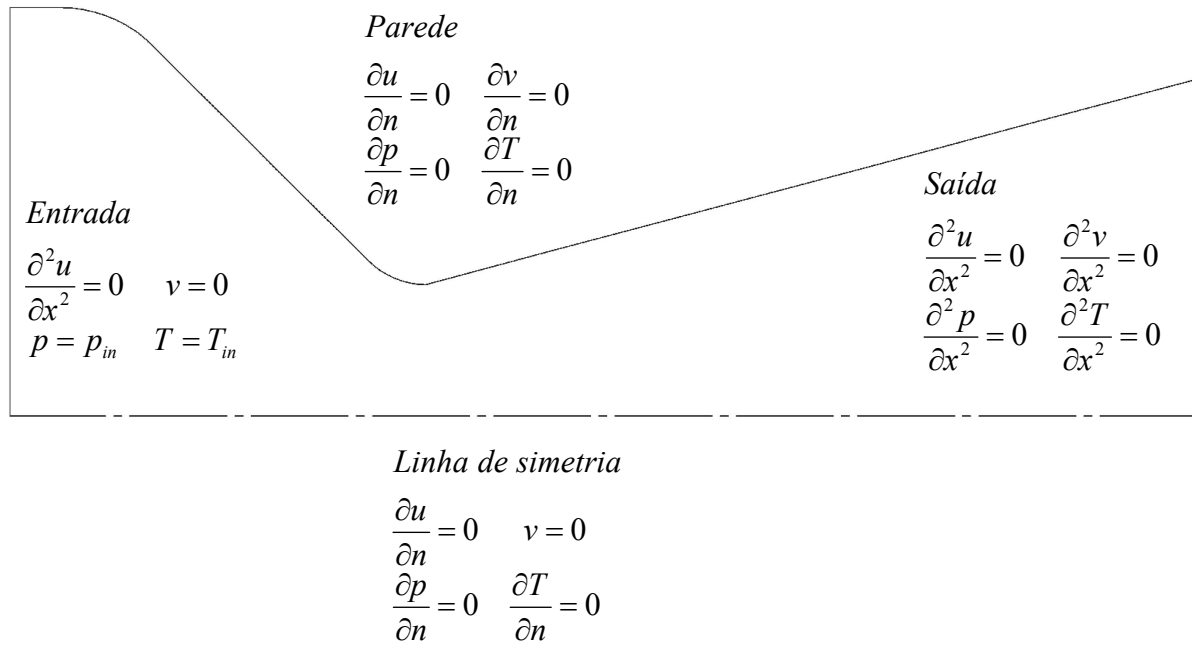


**Figura 3.7** Campo do número de Mach com UDS, malha de 3072 x 1280 volumes

### 3.3 MODELO FÍSICO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para as avaliações bidimensionais deste trabalho, o escoamento foi modelado por invíscido, da mesma forma que foi feito na validação / verificação do código Mach2D.

As condições de contorno utilizadas foram as mostradas na Fig. 3.8. Lembrando que as incógnitas são  $u$  (velocidade axial),  $v$  (velocidade transversal),  $T$  (temperatura),  $p$  (pressão) e  $\rho$  (densidade volumétrica). A última incógnita ( $\rho$ ) é resolvida com a equação de estado para os gases perfeitos, as outras são resolvidas com as equações de conservação da quantidade de movimento axial, transversal, energia e massa, respectivamente.



**Figura 3.8 Condições de contorno**

onde  $p_{in}$  e  $T_{in}$  representam a pressão e a temperatura na entrada da tubeira, respectivamente. E  $n$  é o vetor normal a superfície avaliada.

Assumindo um escoamento isentrópico na entrada da tubeira, podemos obter:

$$T_{in} = T_0 \left[ 1 - \frac{\gamma - 1}{2 \gamma R T_0} (u_{in}^2 + v_{in}^2) \right] \quad (3.17)$$

$$p_{in} = p_0 \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.18)$$

O número de Mach na entrada é dado por:

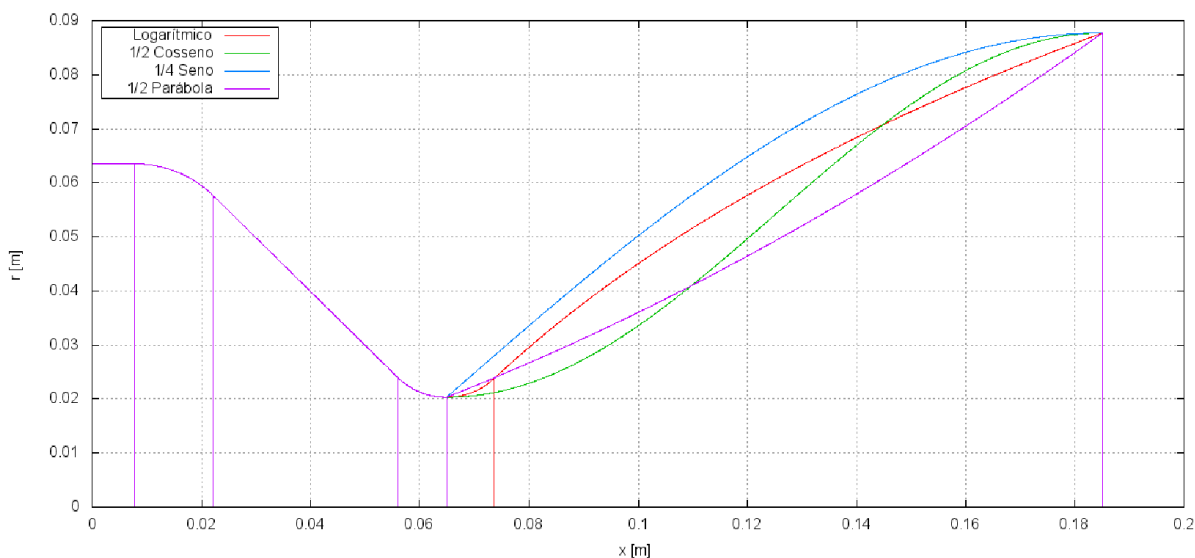
$$M_{in} = \sqrt{\frac{u_{in}^2 + v_{in}^2}{\gamma R T_{in}}} \quad (3.19)$$

As condições de contorno mostradas na Fig. 3.8 desconsideram efeitos externos à tubeira, ou seja, a superexpansão dos gases. Efetivamente, esta condição de contorno permite simulação da tubeiras no vácuo, na condição de subexpansão ou também na condição de expansão ótima.

## 4 RESULTADOS PARA TUBEIRAS DE RAZÃO DE EXPANSÃO E COMPRIMENTO FIXOS

A tubeira base deste estudo foi a utilizada para a validação do programa Mach2D. As suas características principais estão na figura 3.5.

Neste capítulo o comprimento total e a área de saída foram mantidos fixos. Foi modificada apenas a geometria do divergente, que originalmente era cônica. As novas geometrias são: (1) Divergente logarítmico, (2) Divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno, (3) Divergente  $\frac{1}{4}$  senoidal e (4) Divergente  $\frac{1}{2}$  parábola. Os divergentes (1), (3) e (4) não possuem arredondamento na saída da garganta. A figura que representa as tubeiras (1) a (4) está mostrado na Fig. 4.1:



**Figura 4.1** Comparativo entre as tubeiras (1) a (4) para um ângulo cônico de saída de  $30^\circ$

### 4.1 PARÂMETROS DE DESEMPENHO AVALIADOS

Para fazer a comparação das diferentes geometrias de tubeira, foi avaliado o valor do coeficiente de empuxo no vácuo e a sua incerteza numérica. O coeficiente de empuxo no vácuo é definido por:

$$C_{fv} = \frac{F_v}{P_0 A_g} \quad (4.1)$$

onde:

$F_v$ : Força de empuxo no vácuo (N)

A qual é obtida com o seguinte cálculo:

$$F_v = \int_A \left[ \overbrace{\rho u^2 r}^{QML} + \underbrace{pr}_P \right] dy \quad (4.1.1)$$

Onde a primeira parcela da integral na área é referente ao empuxo de quantidade de movimento e a segunda parcela é referente a pressão na saída. Lembrando que este cálculo deve ser feito no contorno leste do domínio (saída da tubeira).

Outros parâmetros avaliados que representam a razão entre as soluções 2D e 1D. O coeficiente de empuxo adimensionalizado:

$$C_{fv}^* = \frac{C_{fv,2D}}{C_{fv,1D}} \quad (4.2)$$

onde:

$C_{fv,1D}$ : Coeficiente de empuxo unidimensional, o qual considera apenas a razão de expansão da tubeira (adimensional)

$C_{fv,2D}$ : Coeficiente de empuxo bidimensional, valor obtido do Mach2D (adimensional)

Observa-se que, para uma razão de expansão fixa, o valor de coeficiente de empuxo adimensionalizado tem no limite o valor unitário. Ou seja, avaliar este parâmetro é análogo ao coeficiente de empuxo bidimensional.

O coeficiente de descarga, que é definido como:

$$C_d = \frac{\dot{m}_{2D}}{\dot{m}_{1D}} \quad (4.3)$$

onde:

$\dot{m}_{2D}$ : Fluxo de massa da solução bidimensional

$\dot{m}_{1D}$ : Fluxo de massa da solução unidimensional

O fluxo de massa bidimensional é calculado por:

$$\dot{m}_{2D} = \int_A [\rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA] \quad (4.3.1)$$

Notando que na equação acima, que  $\vec{n}$  é o vetor normal ao contorno avaliado.

A eficiência da velocidade característica, definido por:

$$C_e^* = \frac{C_{e,2D}}{C_{e,1D}} \quad (4.4)$$

A velocidade característica é calculada por:

$$C_{e,2D} = \frac{F_0}{\dot{m}_{2D}} = \frac{P_0 A_g}{\dot{m}_{2D}} \quad (4.4.1)$$

A eficiência do impulso específico no vácuo:

$$I_{s,v}^* = \frac{I_{s,v,2D}}{I_{s,v,1D}} \quad (4.5)$$

O impulso específico é definido por:

$$I_{s,v,2D} = \frac{c}{g_0} = \frac{F_v}{\dot{m}_{2D} g_0} \quad (4.5.1)$$

onde:  $g_0$  é a aceleração gravitacional a nível do mar.

A eficiência do empuxo dinâmico (parcela da força de empuxo devido a quantidade de movimento):

$$F_d^* = \frac{F_{d,2D}}{F_{d,1D}} \quad (4.6)$$

A eficiência do empuxo de pressão no vácuo (parcela da força de empuxo referente a pressão de saída dos gases):

$$F_{p,v}^* = \frac{F_{p,v,2D}}{F_{p,v,1D}} \quad (4.6)$$

O empuxo padrão é definido por:

$$F_0 = P_0 A_g \quad (4.7)$$

## 4.2 SIMULAÇÕES REALIZADAS

Os dados de entrada do programa (salvo pela geometria, parâmetro de relaxação, e tamanho da malha) são mostrados na Tab. 4.1.

A parada das iterações do programa, como pode ser visto pela variável ‘tolerance’, foi dado pela variação do  $Fd^*$ , que é a parcela da força de empuxo dada pela quantidade de movimento dos gases ejetados, também chamada de empuxo dinâmico, dividido pela solução analítica unidimensional.

Para estes dados, ao resolver o escoamento utilizando-se da teoria 1D, e ainda utilizando o método de Kliegel e Levine (1969) para encontrar o coeficiente de descarga 2D teremos os resultados mostrados na Tab. 4.2.

**Tabela 4.1 Dados de entrada do Mach2D**

1	kg ----- Kind of grid (1=eta uniform, 2=geometric progression for eta, 3=power law)
2.869E+02	Rg ----- Perfect gas constant (J/(kg.K))
1.40E+00	gamma ----- gamma = Cpo / Cvo in the chamber (Specific heat ratio)
1.7250683E+06	po ----- Stagnation pressure in the chamber (Pa)
8.3333333E+02	T0 ----- Stagnation temperature in the chamber (K)
1.01325E+05	pr ----- atmospheric pressure at the sea level (Pa)
9.80665E+00	go ----- gravitational acceleration at the sea level (m/s <sup>2</sup> )
0.00E+00	Beta ----- Constant of the UDS/CDS mixing scheme
0	modvis ----- modvis = 0 -> Euler; modvis = 1 -> Navier-Stokes
0	ccTw ----- ccTw = 0 -> adiabatic; ccTw = 1 -> prescribed temperature
variavel	dt ----- Time step (s) (relaxation parameter)
1.00E-15	tolerance -- Parada com base na variação de $Fd^*$
1	imax ----- Maximum number of iterations for the pressure correction
2	nitm u ---- Maximum number of iterations for the SOLVER method for u, v and T
1	nitm p ---- Maximum number of iterations for the SOLVER method for p'
5	solver ----- 0 = MSI, 1 = TDMA ciclo em x e em y, 2 = TDMA ciclo em x, 3 = MSI em p' e TDMAX nos outros, 4 = MSI no ciclo da massa e Gauss-Seidel nos outros, 5 = MSI no ciclo da massa e JACOBI nos outros

### 4.3 SIMULAÇÕES COM A TUBEIRA DE DIVERGENTE LOGARÍTMICO

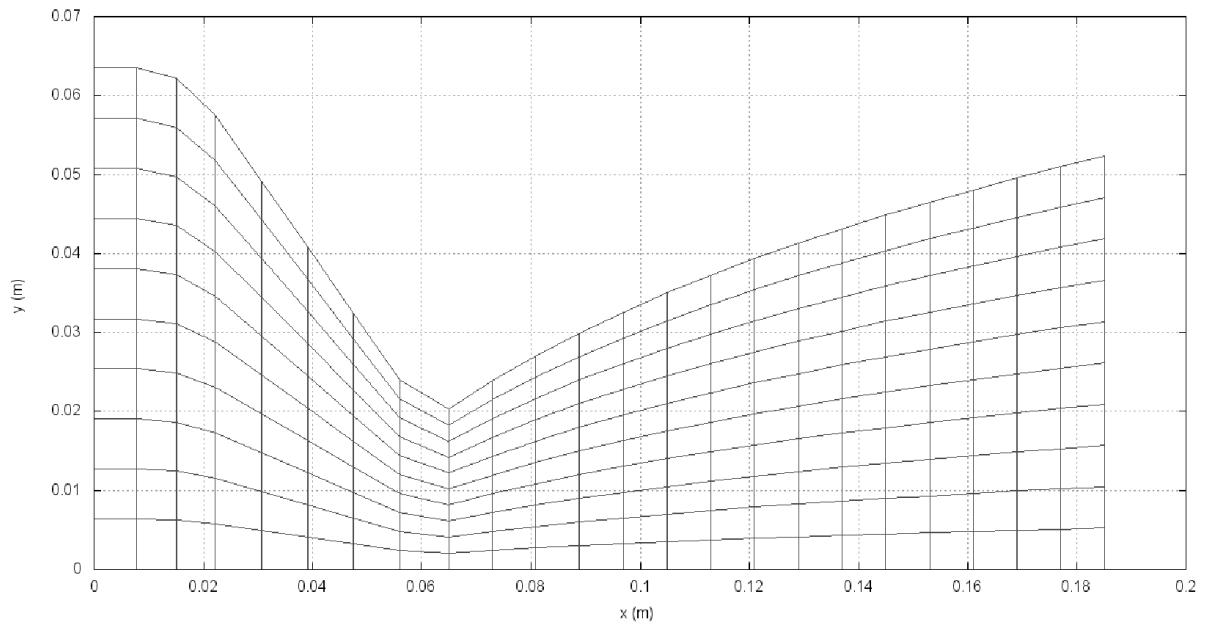
A tubeira tipo (1) possui divergente logarítmico, a malha base das simulações deste tipo de tubeira está mostrado na Fig. 4.2. Ela possui 23 volumes de controle na direção axial e 10 na direção vertical.

A tabela geral das simulações realizadas com este tipo de tubeira é mostrado na Tab. 4.3.



**Tabela 4.2 Tabela dos resultados 1D e 2D analíticos para o problema do capítulo**

Variável	Resultado	Detalhes	Grandeza
fm1D	3,133640734381895E+00	Fluxo de massa	kg/s
Fd1D	3,408949907311165E+03	Empuxo dinâmico no vácuo	N
Fp1D	-6,697173862251159E+02	Empuxo dinâmico a nível do mar	N
Fpv1D	2,017024081266119E+02	Empuxo de pressão no vácuo	N
F1D	2,739232521086049E+03	Empuxo total a nível do mar	N
Fv1D	3,610652315437776E+03	Empuxo total no vácuo	N
Fo	2,237708824483809E+03	Empuxo padrão	N
CF1D	1,224123751542130E+00	Coeficiente de empuxo ao nível do mar	adimensional
CFv1D	1,613548767351658E+00	Coeficiente de empuxo no vácuo	adimensional
ce1D	7,140923335377795E+02	Velocidade característica	m/s
c1D	8,741373862777403E+02	Velocidade de ejeção efetiva ao nível do mar	m/s
cv1D	1,152222804555153E+03	Velocidade de ejeção efetiva no vácuo	m/s
Is1D	8,913720651575619E+01	Impluso específico ao nível do mar	s
Isv1D	1,174940274767788E+02	Impulso específico no vácuo	s
Cd2D	9,816538761092245E-01	Coeficiente de descarga (Kliegel e Levine)	adimensional

**Figura 4.2 Malha base das simulações com a tubeira de divergente logarítmico****Tabela 4.3 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente logarítmico**

Malha	nx	ny	PC	RAM (MB)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
1	23	10	CFD-6	3,545	0,063 s	15	15
2	46	20	CFD-6	4,389	0,203 s	15	15
3	92	40	CFD-6	7,229	1,687 s	14	15
4	184	80	CFD-6	18,386	20,859 s	15	15
5	368	160	CFD-6	62,382	5,02 min	14	15
6	736	320	CFD-6	236,568	1,093 h	14	15
7	1472	640	CFD-6	931,392	14,27 h	14	15

Onde:

nx: Número de volumes de controle na direção x

ny: Número de volumes de controle na direção y

RAM(MB): Memória RAM utilizada pelo programa

tCPU - Tempo computacional utilizado pelo programa

EpiFmi e EpiFd\* - Número de algarismos sem erro de arredondamento das variáveis: fluxo de massa na entrada e força de empuxo dinâmico.

CFD-6: computador com processador dual core de 2,66 GHz , 8 GB de memória RAM, HD de 150 GB.

Os resultados para as variáveis de interesse estão nas tabelas 4.4 e 4.5.

**Tabela 4.4 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente logarítmico, 1**

Malha	Cd	ce*	Isv*
1	1,21731834055588E+00	8,21477806325793E-01	8,94176161928066E-01
2	1,10361089777501E+00	9,06116460082167E-01	9,29528916979985E-01
3	1,04987841668742E+00	9,52491244800706E-01	9,54717924261602E-01
4	1,02047209805794E+00	9,79938600872176E-01	9,71123902546948E-01
5	1,00225600978728E+00	9,97749068336574E-01	9,80936486244356E-01
6	9,91607972716298E-01	1,00846304942538E+00	9,86557252389875E-01
7	9,86121655494374E-01	1,01407366365833E+00	9,89686790259541E-01
Malha	Cd		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	9861,0E-04	73,0E-04	-54,0E-04
5	Tm1	Um(Tm1)	
	9801,0E-04	-5,3E-04	
7	Tc	Uc(Tc)	
	9804,6E-04	1,7E-04	

**Tabela 4.5 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente logarítmico, 2**

Malha	Fd*	Fpv*	Cfv*
1	1,02930544344511E+00	2,08888764143603E+00	1,08849704160289E+00
2	9,94383656825192E-01	1,55744868875792E+00	1,02583824257612E+00
3	9,84753434747016E-01	1,29952817065787E+00	1,00233774270687E+00
4	9,80730806793000E-01	1,16464524243194E+00	9,91004846306307E-01
5	9,76815857050794E-01	1,09019348837974E+00	9,83149488558032E-01
6	9,74077762055862E-01	1,04926641564056E+00	9,78278037010885E-01
7	9,72896014278466E-01	1,02759328448745E+00	9,75951576031652E-01
Malha	Cfv*		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	97600,0E-05	290,0E-05	-200,0E-05
5	Tm1	Um(Tm1)	
	97253,4E-05	7,1E-05	
7	Tc	Uc(Tc)	
	97372,0E-05	10,0E-05	

Onde:

Th: Solução do programa computacional

Tm1: Solução utilizando múltiplas extrapolações de Richardson (MARTINS, 2013)

Tc: Solução utilizando o teorema convergente (MARCHI, 2001)

Ugci: Estimativa de erro usando o estimador GCI usando a ordem aparente (ROACHE, 1994)

Umc: Estimador de erro usando o estimador multicoeficientes (MARTINS, 2013)

Um: Estimador de erro para o resultado extrapolado com múltiplas extrapolações de Richardson (MARTINS, 2013)

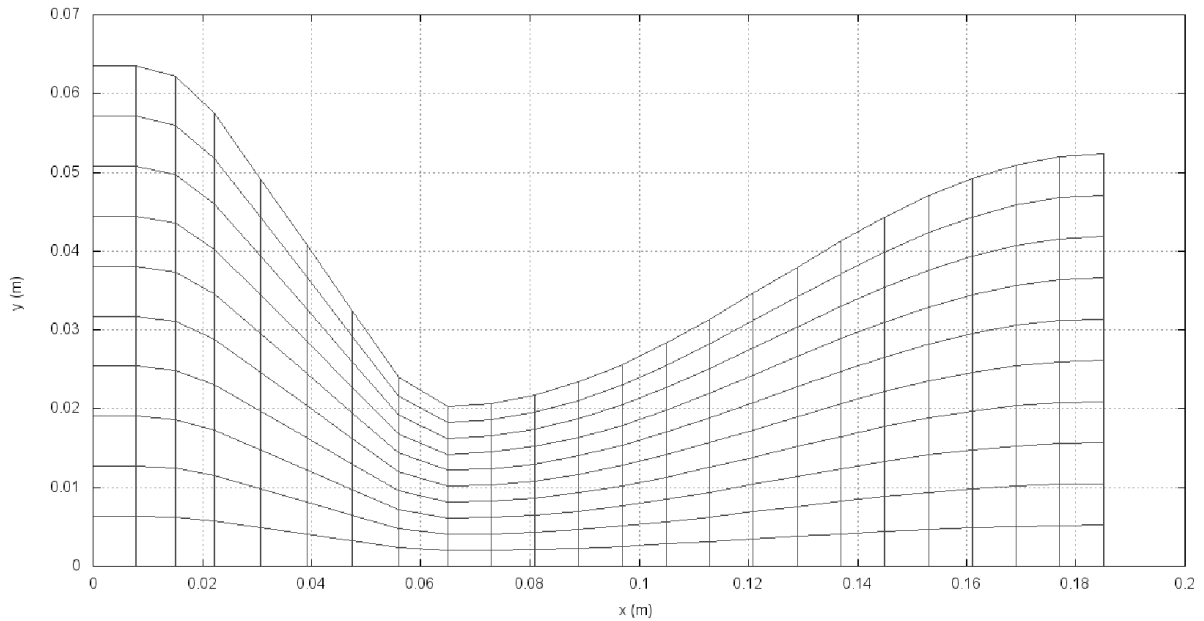
Uc: Estimador de erro para o resultado utilizando o teorema convergente (MARCHI, 2001)

Nos 2 resultados de maior interesse  $C_d$  e  $C_{fv}^*$  foi mostrado os resultados com suas incertezas nas Tabs. 4.4 e 4.5 apenas na malha mais fina que foi possível de calculá-las.

#### **4.4 SIMULAÇÕES COM A TUBEIRA COM DIVERGENTE $\frac{1}{2}$ COSSENO**

A tubeira tipo (2) possui divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno, a malha base das simulações deste tipo de tubeira está mostrado na Fig. 4.3. Ela possui 23 volumes de controle na direção axial e 10 na direção vertical.

A tabela geral das simulações realizadas com este tipo de tubeira é mostrado na Tab. 4.6 e as Tabs. 4.7 e 4.8 mostram os resultados.



**Figura 4.3 Malha base das simulações com a tubeira de divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno**

**Tabela 4.6 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno**

Malha	nx	ny	PC	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
1	23	10	CFD-25	0,06 s	15	15
2	46	20	CFD-25	0,13 s	14	15
3	92	40	CFD-25	1,2 s	15	15
4	184	80	CFD-25	12,11 s	14	15
5	368	160	CFD-25	2,3 min	15	15
6	736	320	CFD-25	41,01 min	15	15
7	1472	640	CFD-25	8,95 h	13	15

CFD-25: computador com processador i5-3470 de 3,20 GHz , 4 GB de memória RAM, HD de 500 GB. Os resultados para as variáveis de interesse estão nas tabelas 4.7 e 4.8.

**Tabela 4.7 Tabela de variáveis a tubeira de divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno, 1**

Malha	Cd	ce*	Isv*
1	1,078119641127336E+00	9,275408422708539E-01	9,040948585847977E-01
2	1,014837926182725E+00	9,853790188562054E-01	9,357876258870792E-01
3	9,968378475903121E-01	1,003172183336871E+00	9,541858692756161E-01
4	9,916988209010663E-01	1,008370665492363E+00	9,644483272362167E-01
5	9,888721734115247E-01	1,011253048561459E+00	9,699733160688264E-01
6	9,864025290600359E-01	1,013784910864859E+00	9,729358658323171E-01
7	9,843292061851736E-01	1,015920277196244E+00	9,745173457234629E-01
Malha	Cd		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	9843,0E-04	140,0E-04	-30,0E-04
7	Tm1	Um(Tm1)	
	9813,2E-04	-8,8E-04	
7	Tc	Uc(Tc)	
	9779,0E-04	44,0E-04	

**Tabela 4.8 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente ½ cosseno, 2**

Malha	Fd*	Fpv*	Cfv*
1	9,344902432988609E-01	1,654682032256946E+00	9,747224244825115E-01
2	9,269718850032334E-01	1,333337960378521E+00	9,496727736026994E-01
3	9,362145945328478E-01	1,203904366347418E+00	9,511685881297961E-01
4	9,451669173074423E-01	1,147005729536682E+00	9,564422689401616E-01
5	9,497148584857006E-01	1,119142520608220E+00	9,591796212121642E-01
6	9,511847799867358E-01	1,103729325768566E+00	9,597063986702132E-01
7	9,512325437233966E-01	1,094678478225486E+00	9,592458853296586E-01
Malha	Cfv*		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	9592,5E-04	5,8E-04	-13,0E-04
7	Tm1	Um(Tm1)	
	9579,7E-04	-9,4E-04	
7	Tc	Uc(Tc)	
	9574,0E-04	14,0E-04	

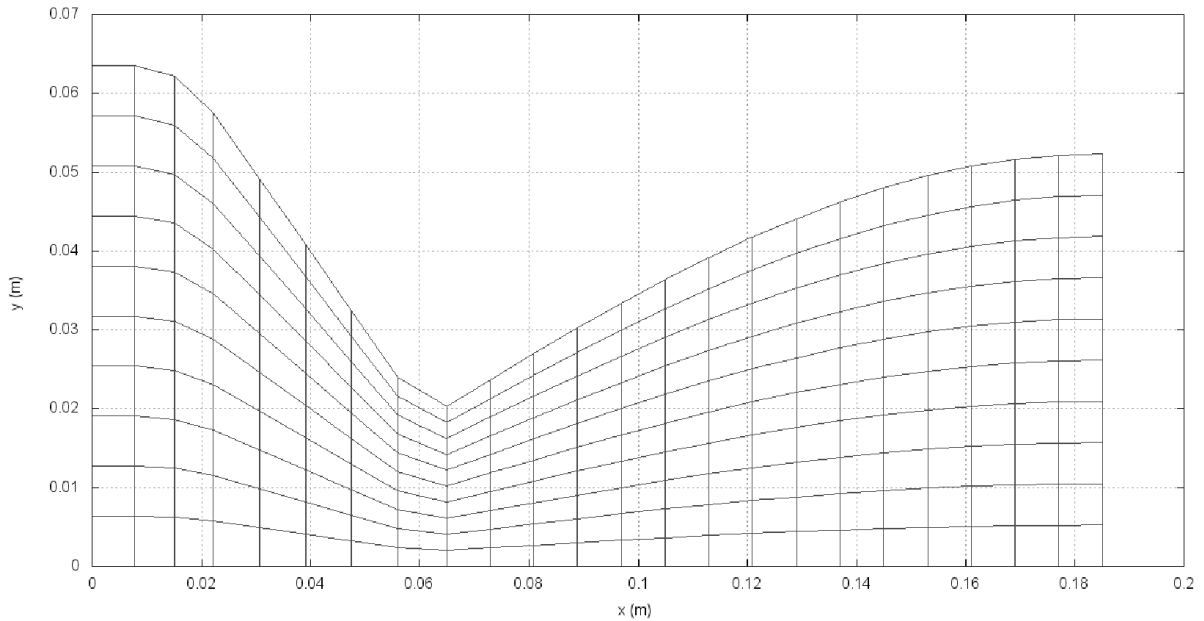
#### 4.5 SIMULAÇÕES COM A TUBEIRA COM DIVERGENTE ¼ SENO

A tubeira tipo (3) possui divergente ¼ seno, a malha base das simulações deste tipo de tubeira está mostrado na Fig. 4.4. Ela possui 23 volumes de controle na direção axial e 10 na direção vertical.

A tabela geral das simulações realizadas com este tipo de tubeira é mostrado na Tab. 4.9. Os resultados para as variáveis de interesse estão nas tabelas 4.10 e 4.11.

**Tabela 4.9 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente ¼ seno**

Malha	nx	ny	PC	RAM (MB)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
1	23	10	CFD-6	3,553	0,078 s	15	15
2	46	20	CFD-6	4,385	0,187 s	14	15
3	92	40	CFD-6	7,269	2,422 s	14	15
4	184	80	CFD-6	18,358	33,094 s	15	15
5	368	160	CFD-6	62,418	5,755 min	14	15
6	736	320	CFD-6	236,6	1,292 h	13	15
7	1472	640	CFD-6	818,052	16,424 h	14	15



**Figura 4.4** Malha base das simulações com a tubeira de divergente  $\frac{1}{4}$  seno

**Tabela 4.10** Tabela de variáveis para a tubeira de divergente  $\frac{1}{4}$  seno, 1

Malha	Cd	ce*	Isv*
1	1,215307699382700E+00	8,228368836204505E-01	8,874467270009172E-01
2	1,100950307163636E+00	9,083062091842155E-01	9,249987966692681E-01
3	1,047934944641298E+00	9,542577095205985E-01	9,512330476301687E-01
4	1,019307596864904E+00	9,810581252172668E-01	9,680434575906831E-01
5	1,001642468587874E+00	9,983602246915613E-01	9,780263608764216E-01
6	9,913162092569884E-01	1,008759859530109E+00	9,837287296805810E-01
7	9,859926013215796E-01	1,014206393293059E+00	9,869031066568441E-01
Malha	Cd		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	9860E-04	71E-04	-52E-04
5	Tm1	Um(Tm1)	
	9801,8E-04	-5,4E-04	
7	Tc	Uc(Tc)	
	9805,0E-04	1,7E-04	

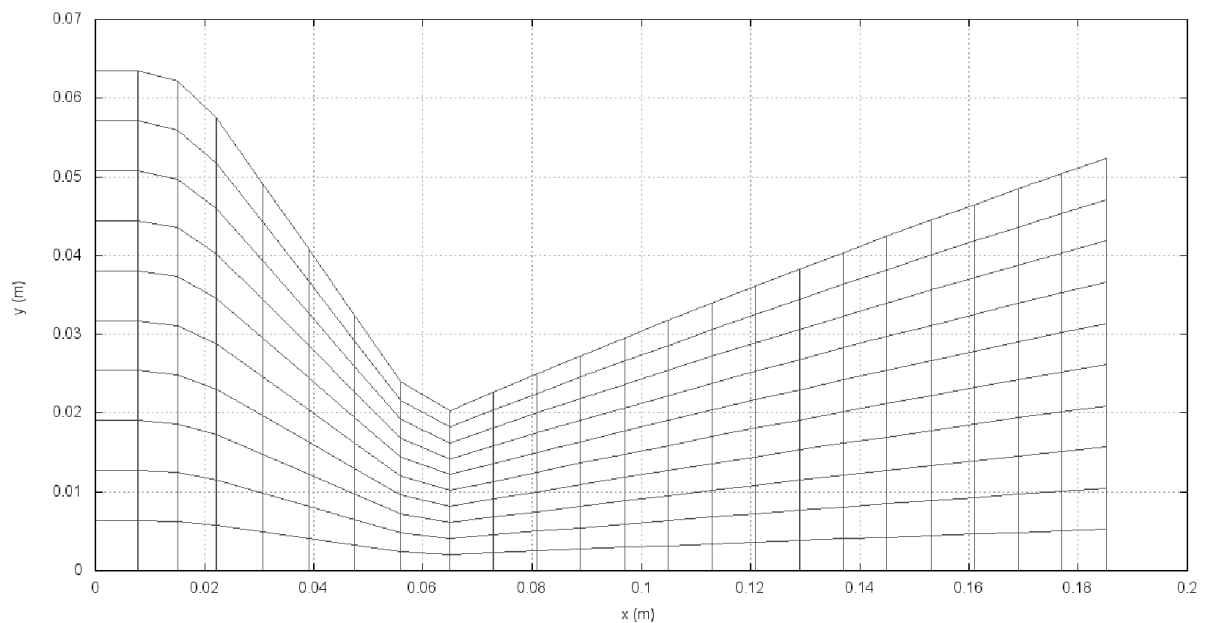
**Tabela 4.11** Tabela de variáveis para a tubeira de divergente  $\frac{1}{4}$  seno, 2

Malha	Fd*	Fpv*	Cfv*
1	1,012972744996697E+00	2,186341886267298E+00	1,078520840116191E+00
2	9,822015038033409E-01	1,629787724623093E+00	1,018377709319025E+00
3	9,751099216222279E-01	1,363924907760356E+00	9,968303511092935E-01
4	9,725415395324584E-01	1,226600094237317E+00	9,867340504175516E-01
5	9,694790269313049E-01	1,151239484597530E+00	9,796327384522736E-01
6	9,672174679778663E-01	1,109865482190551E+00	9,751862352441462E-01
7	9,662840846638394E-01	1,087921995308827E+00	9,730791613849302E-01
Malha	Cfv*		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	97310,0E-05	260,0E-05	-180,0E-05
5	Tm1	Um(Tm1)	
	96990,1E-05	7,6E-05	
7	Tc	Uc(Tc)	
	97107,7E-05	1,0E-05	

#### 4.6 SIMULAÇÕES COM A TUBEIRA COM DIVERGENTE $\frac{1}{2}$ PARÁBOLA

A tubeira tipo (4) possui divergente meia parábola. A malha base das simulações deste tipo de tubeira está mostrada na Fig. 4.5. Ela possui 23 volumes de controle na direção axial e 10 na direção vertical.

A tabela geral das simulações realizadas com este tipo de tubeira é mostrado na Tab. 4.12.



**Figura 4.5** Malha base das simulações com a tubeira de divergente  $\frac{1}{2}$  parábola

**Tabela 4.12** Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira de divergente  $\frac{1}{2}$  parábola

Malha	nx	ny	PC	RAM (MB)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
1	23	10	CFD-6	3,554	0,078 s	15	15
2	46	20	CFD-6	4,385	0,218 s	15	15
3	92	40	CFD-6	7,643	5,328 s	14	15
4	184	80	CFD-6	18,426	29,344 s	14	15
5	368	160	CFD-6	62,382	5,295 min	14	15
6	736	320	CFD-6	206,692	46,25 min	12	15
7	1472	640	CFD-6	818,04	9,76 h	13	15

Os resultados para as variáveis de interesse estão nas tabelas 4.13 e 4.14.

**Tabela 4.13 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente ½ parábola, 1**

Malha	Cd	ce*	Isv*
1	1,179026369261551E+00	8,481574509875642E-01	9,023506933986487E-01
2	1,082337283443598E+00	9,239264093521460E-01	9,351425617648809E-01
3	1,038742076806350E+00	9,627028906680436E-01	9,573421738551415E-01
4	1,014911804671262E+00	9,853072901481402E-01	9,714554258967137E-01
5	9,996287831302787E-01	1,000371354722859E+00	9,798124130189987E-01
6	9,904425338754007E-01	1,009649692736037E+00	9,845441350295181E-01
7	9,856290088485844E-01	1,014580527787229E+00	9,871286132384742E-01
Malha	Cd		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	9856,0E-04	66,0E-04	-48,0E-04
5	Tm1	Um(Tm1)	
	9805,1E-04	-7,0E-04	
7	Tc	Uc(Tc)	
	9805,7E-04	2,4E-04	

**Tabela 4.14 Tabela de variáveis para a tubeira de divergente ½ parábola, 2**

Malha	Fd*	Fpv*	Cfv*
1	1,015077354168810E+00	1,888961275532683E+00	1,063895261838452E+00
2	9,866189966448278E-01	1,443461544282753E+00	1,012139659933089E+00
3	9,803278172226211E-01	1,232798022097996E+00	9,944315978845951E-01
4	9,778154038468561E-01	1,123281167225644E+00	9,859415794545233E-01
5	9,745427897206734E-01	1,062362765735464E+00	9,794486901221240E-01
6	9,719615575204681E-01	1,028758038735948E+00	9,751343878108006E-01
7	9,706837148719717E-01	1,011119706085274E+00	9,729425966723151E-01
Malha	Cfv*		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	97290,0E-05	280,0E-05	-200,0E-05
5	Tm1	Um(Tm1)	
	97013,0E-05	-28,0E-05	
7	Tc	Uc(Tc)	
	97071,5E-05	3,6E-05	

## 4.7 SIMULAÇÕES COM A TUBEIRA CÔNICA ORIGINAL

A malha base das simulações deste tipo de tubeira está mostrado na Fig. 4.6. Ela possui 24 volumes de controle na direção axial e 10 na direção vertical.

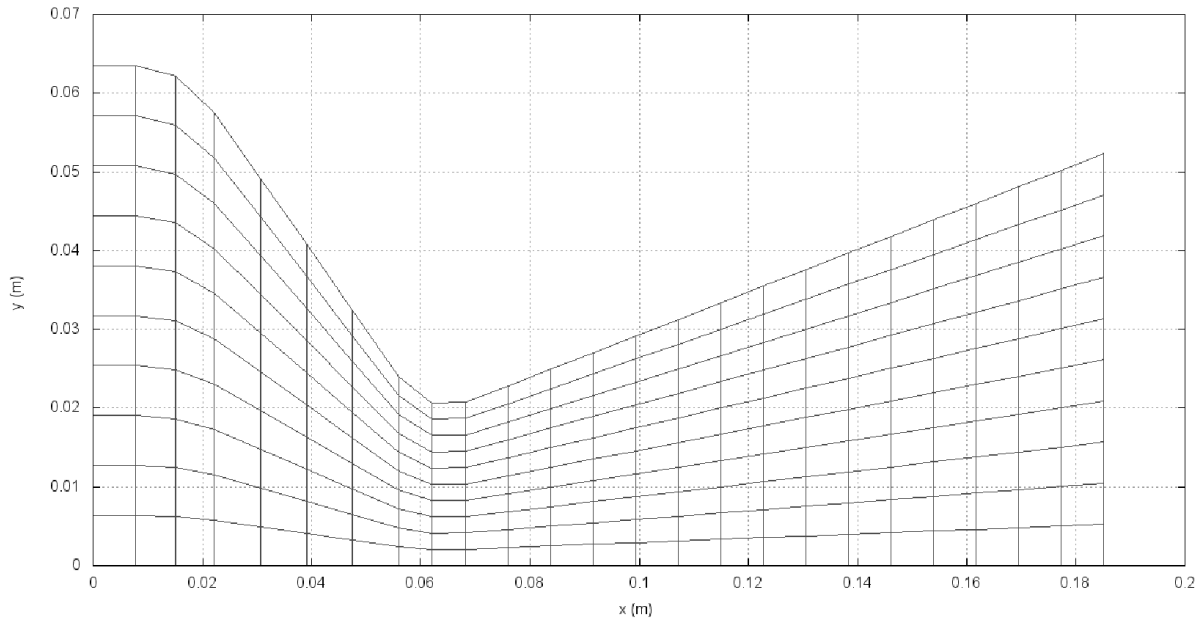
A tabela geral das simulações realizadas com este tipo de tubeira é mostrado na Tab. 4.15.

**Tabela 4.15 Tabela geral das simulações realizadas com a tubeira cônica original**

Malha	nx	ny	PC	RAM (MB)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
1	24	10	i7	4,670	0,032 s	14	15
2	48	20	i7	5,538	0,091 s	14	15
3	96	40	i7	8,486	0,930 s	15	15
4	192	80	i7	20,139	9,406 s	15	15
5	384	160	i7	66,215	2,04 min	13	15
6	768	320	i7	247,332	25,92 min	14	15
7	1536	640	i7	970,650	4,89 h	13	15

Os resultados para as variáveis de interesse estão nas tabelas 4.16 e 4.17.





**Figura 4.6** Malha base das simulações com a tubeira cônica original

**Tabela 4.16** Tabela de variáveis para a tubeira cônica original, 1

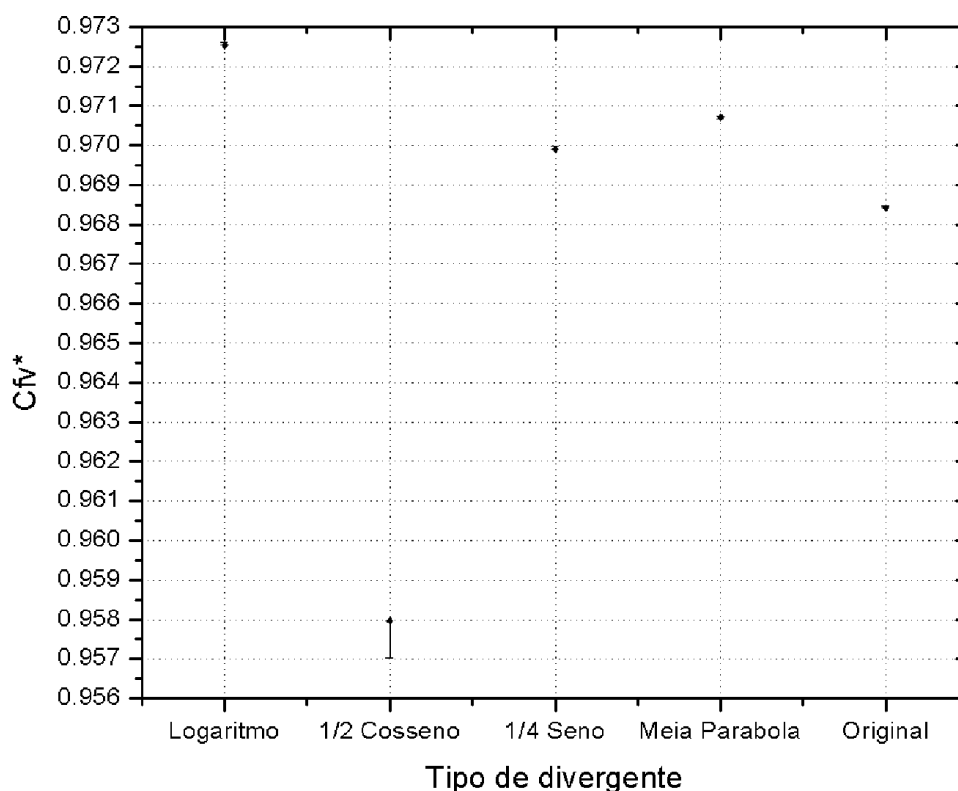
Malha	Cd	ce*	Isv*
1	1,075090492239711E+00	9,301542588445028E-01	9,113477737668290E-01
2	1,042316786080220E+00	9,594012236535512E-01	9,411849786710423E-01
3	1,014142743328550E+00	9,860544845175037E-01	9,613961265566336E-01
4	9,991863935550318E-01	1,000814268939425E+00	9,732562423757735E-01
5	9,905066869621745E-01	1,009584299796038E+00	9,798165239435291E-01
6	9,860154251271551E-01	1,014182916936661E+00	9,832904544049768E-01
7	9,836867733799008E-01	1,016583761276008E+00	9,850847509228889E-01
Malha	Cd		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	98370,0E-05	310,0E-05	-240,0E-05
7	Tm1	Um(Tm1)	
	98125,9E-05	6,1E-05	
7	Tc	Uc(Tc)	
	98126,9E-05	8,9E-05	

**Tabela 4.17** Tabela de variáveis para a tubeira cônica original, 2

Malha	Fd*	Fpv*	Cfv*
1	9,424151694778710E-01	1,598992093100869E+00	9,797813267005449E-01
2	9,604099230956599E-01	1,329185009502286E+00	9,810129020753813E-01
3	9,636213490095551E-01	1,167162139159818E+00	9,749929052115861E-01
4	9,657917042560338E-01	1,085226958901746E+00	9,724643948243711E-01
5	9,662697593448925E-01	1,042254916893848E+00	9,705148189620992E-01
6	9,665309391004240E-01	1,020387805640417E+00	9,695395554235966E-01
7	9,666337209321169E-01	1,009257839689043E+00	9,690148401410799E-01
Malha	Cfv*		
7	Th	Ugci(Th)	Umc(Th)
	96901,0E-05	76,0E-05	-59,0E-05
7	Tm1	Um(Tm1)	
	96842,7E-05	5,0E-05	
7	Tc	Uc(Tc)	
	96844,7E-05	4,3E-05	

## 4.8 COMPARAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Uma a comparação entre os 4 tipos de divergentes utilizando o valor numérico do coeficiente de empuxo adimensionalizado com a menor incerteza (parte inferior das Tabs. 4.5, 4.8, 4.11, 4.14 e 4.17), é mostrada na Fig. 4.7.



**Figura 4.7 Comparação entre o coeficiente de empuxo adimensionalizado dos diferentes divergentes com a incerteza numérica**

É possível observar na Fig. 4.10 que a incerteza numérica é muito pequena, sendo até difícil de mostrá-la. A melhor geometria de divergente, para as condições propostas no início do capítulo, é o divergente logarítmico, seguido pela  $\frac{1}{2}$  parábola, a  $\frac{1}{4}$  seno, geometria cônica original e a pior das geometrias propostas, a com divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno. O valor do coeficiente de empuxo adimensionalizado, que se reflete diretamente no empuxo produzido pela tubeira, por este motivo esta foi a única variável aqui comparada, a qual aumentou 0,42% comparando a geometria cônica original com a geometria de divergente tipo logarítmico. O coeficiente de descarga é aproximadamente constante para todas as geometrias simuladas.

## 5 RESULTADOS PARA TUBEIRAS DE RAZÃO DE EXPANSÃO LIVRE E COMPRIMENTO FIXO

A tubeira base deste estudo foi a mesma do Cap. 4. No entanto, o comprimento total é fixo e a área de saída é livre. As geometrias dos divergentes utilizadas foram: (1) Divergente logarítmico, (2) Divergente  $\frac{1}{2}$  cosseno e (3) Divergente cônico.

Neste capítulo, foi empregado nas geometrias (1) e (3) um raio de arredondamento após a garganta para garantir uma geometria suave. Este arredondamento possui o mesmo raio da parte convergente anterior à garganta, de 12,7 mm.

O ângulo do divergente cônico foi variado entre 10 e 30° com 2° de diferença entre cada simulação. As razões de expansão e os raios de saída são mostrados na Tab. 5.1 , lembrando que o raio da garganta é de 20,32 mm.

Para as geometrias logarítmica e  $\frac{1}{2}$  cosseno foi utilizado o mesmo envelope (razão de expansão e comprimento) dos divergentes cônicos de ângulo variados, assim neste trabalho optou-se por chamar os casos dos divergentes logarítmico e  $\frac{1}{2}$  cosseno como ângulo cônico equivalente.

**Tabela 5.1 Razões de expansão e raios de saída para os diferentes divergentes testados**

Ângulo cônico (°)	Razão de expansão ( $\epsilon_c$ )	Raio de saída (mm)
10	4,133544607	41,31284
12	5,031244119	45,57864
14	6,028645205	49,8923
16	7,131855343	54,26564
18	8,348227638	58,71118
20	9,686522493	63,2423
22	11,15710892	67,87339
24	12,77221415	72,62009
26	14,54623278	77,49951
28	16,49611018	82,5305
30	18,6418193	87,73398

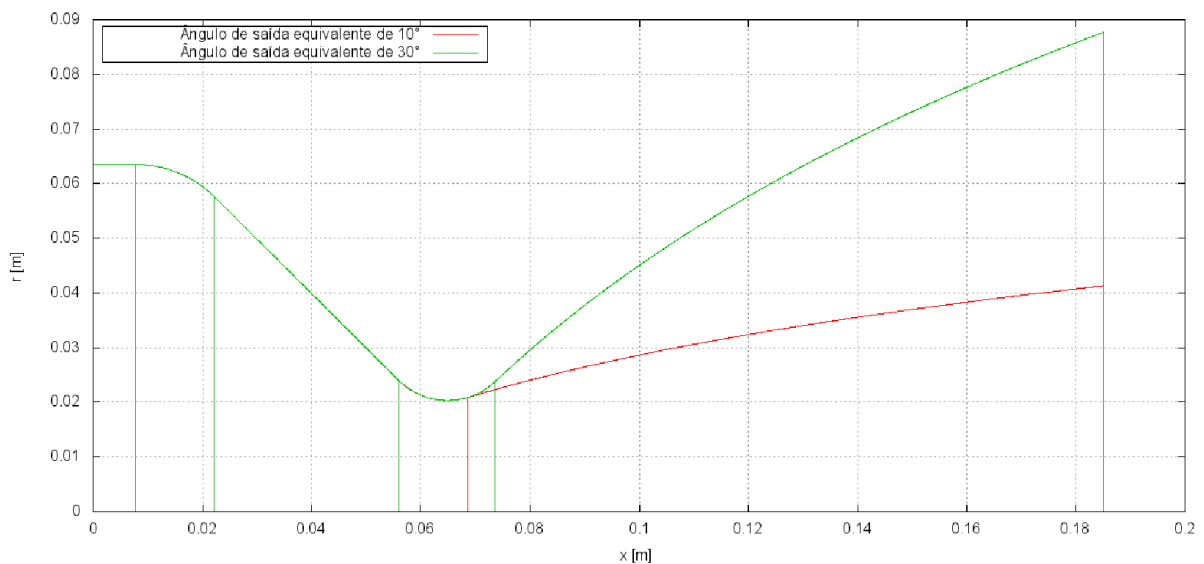
Como mostrado no capítulo anterior, os erros estimados são muito pequenos. Outro aspecto importante é que, para uma mesma malha, a diferença do coeficiente de empuxo entre geometrias diferentes é muito próxima do que ocorre na malha mais fina. Isto permite que o

estudo deste capítulo seja realizado utilizando-se apenas uma única malha, variando apenas a área de saída. A malha escolhida foi de 384x160 volumes.

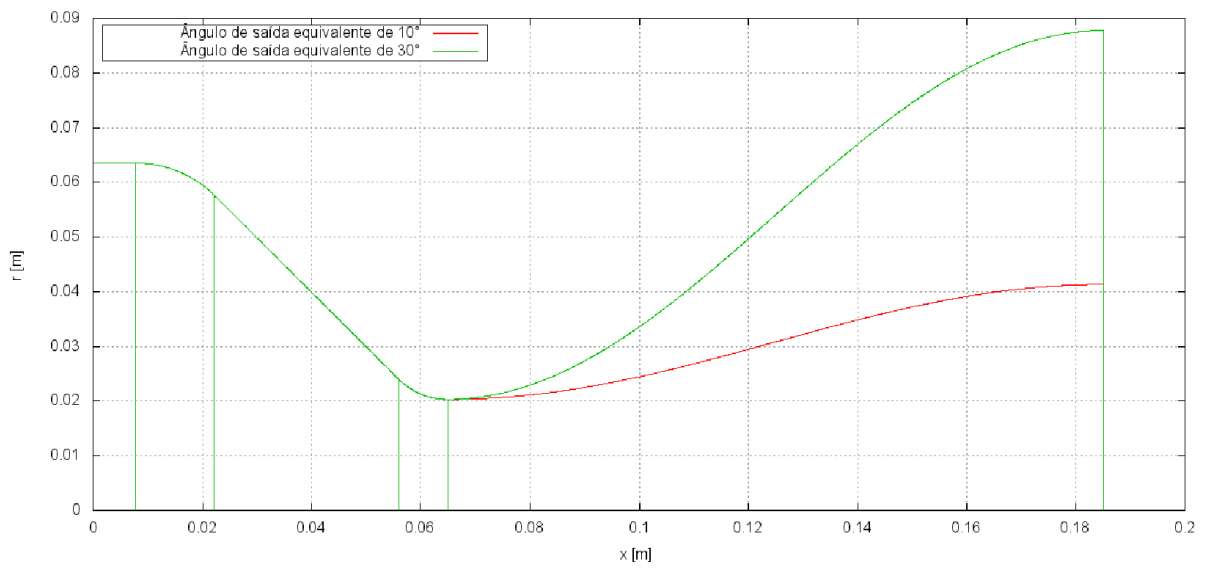
## 5.1 COMPARAÇÃO DAS DIFERENTES GEOMETRIAS SIMULADAS

Diferente do capítulo 4, na medida em que a área de saída se altera a solução 1D mudará, tornando as eficiências parâmetros que não representarão fielmente o valor absoluto do empuxo. Desta forma, é necessário o uso direto da solução 2D do coeficiente de empuxo.

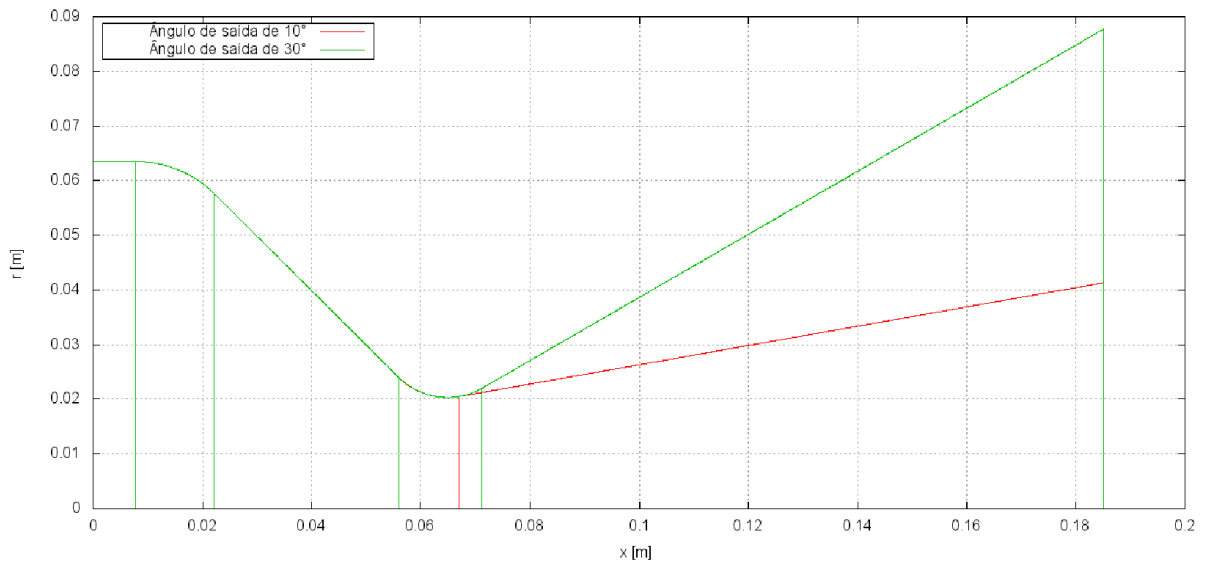
Estão mostradas nas figuras 5.1 a 5.3 as diferentes malhas referentes às geometrias simuladas. Foram mostradas apenas as malhas com os ângulos mínimos e máximos.



**Figura 5.1** Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria logarítmica



**Figura 5.2 Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria  $\frac{1}{2}$  cosseno**



**Figura 5.3 Comparação entre as máximas e mínimas áreas de saída com a geometria cônica original**

## 5.2 SIMULAÇÕES

As simulações realizadas com as tubeiras tipo (1) a (3) são mostradas nas Tabs. 5.2 a 5.4, respectivamente.

**Tabela 5.2 Tabela geral das simulações com tubeira tipo logarítmica**

nx	ny	Ângulo equivalente (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	2,00E-06	64,953	7,63 min	15	15
384	160	12	2,00E-06	64,949	7,25 min	14	15
384	160	14	2,00E-06	64,949	6,5 min	14	15
384	160	16	2,00E-06	64,957	7,4 min	15	15
384	160	18	2,00E-06	64,957	7,36 min	15	15
384	160	20	1,60E-06	65,013	8,63 min	15	15
384	160	22	1,40E-06	65,077	9,52 min	14	15
384	160	24	1,20E-06	65,077	10,49 min	14	15
384	160	26	1,10E-06	65,085	11,80 min	15	15
384	160	28	1,00E-06	65,081	13,03 min	14	15
384	160	30	1,00E-06	65,077	12,48 min	13	15

**Tabela 5.3 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo ½ cosseno**

nx	ny	Ângulo equivalente (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	3,00E-05	64,945	6,19 min	14	15
384	160	12	3,00E-05	64,945	5,91 min	15	15
384	160	14	3,00E-05	64,941	5,90 min	15	15
384	160	16	1,90E-06	65,073	7,62 min	15	15
384	160	18	1,70E-06	65,073	8,76 min	15	15
384	160	20	1,50E-06	65,085	9,72 min	15	15
384	160	22	1,40E-06	65,097	10,49 min	15	15
384	160	24	1,40E-06	65,077	9,66 min	15	15
384	160	26	1,30E-06	65,069	10,02 min	14	15
384	160	28	1,30E-06	65,073	9,84 min	14	15
384	160	30	1,20E-06	65,069	11,09 min	15	15

**Tabela 5.4 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo cônica**

nx	ny	Ângulo (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	3,00E-05	62,337	5,65 min	15	15
384	160	12	3,00E-05	62,337	5,56 min	15	15
384	160	14	3,00E-05	64,945	5,84 min	14	15
384	160	16	2,60E-06	65,085	7,11 min	15	15
384	160	18	2,30E-06	65,081	7,62 min	14	15
384	160	20	2,10E-06	65,077	7,74 min	14	15
384	160	22	1,90E-06	65,081	8,76 min	14	15
384	160	24	1,80E-06	65,077	9,20 min	15	15
384	160	26	1,70E-06	65,081	9,39 min	15	15
384	160	28	1,50E-06	65,077	10,18 min	14	15
384	160	30	1,40E-06	65,077	10,63 min	15	15

### 5.3 COMPARAÇÕES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com base nas simulações anteriores fez-se uma comparação entre os coeficientes de empuxo das soluções obtidas e o coeficiente de empuxo ideal 1D, que está representado na Fig. 5.4.

Percebe-se claramente na Fig. 5.4 que nas curvas de solução bidimensional, há um ângulo ótimo cuja geometria gera o maior empuxo possível para aquele comprimento enquanto que a solução 1D continua aumentando conforme a área de saída aumenta. No caso

da geometria logarítmica e cônica o ângulo equivalente ótimo é de  $20^\circ$ , enquanto que na geometria meio cosseno, o ângulo equivalente ótimo é de  $16^\circ$ .

O comportamento do coeficiente de empuxo após o ângulo ótimo difere do esperado (1D) isto ocorre provavelmente pois para aquele comprimento de tubeira, não há como acelerar mais a velocidade dos gases. Para ter-se certeza disto, as contribuições da força de empuxo devido a quantidade de movimento dos gases ( $F_d$ ) e as forças de pressão ( $F_{pv}$ ) foram avaliadas separadamente como mostram as Figs. 5.5 a 5.7 para os divergentes cônico, logarítmico e meio cosseno.

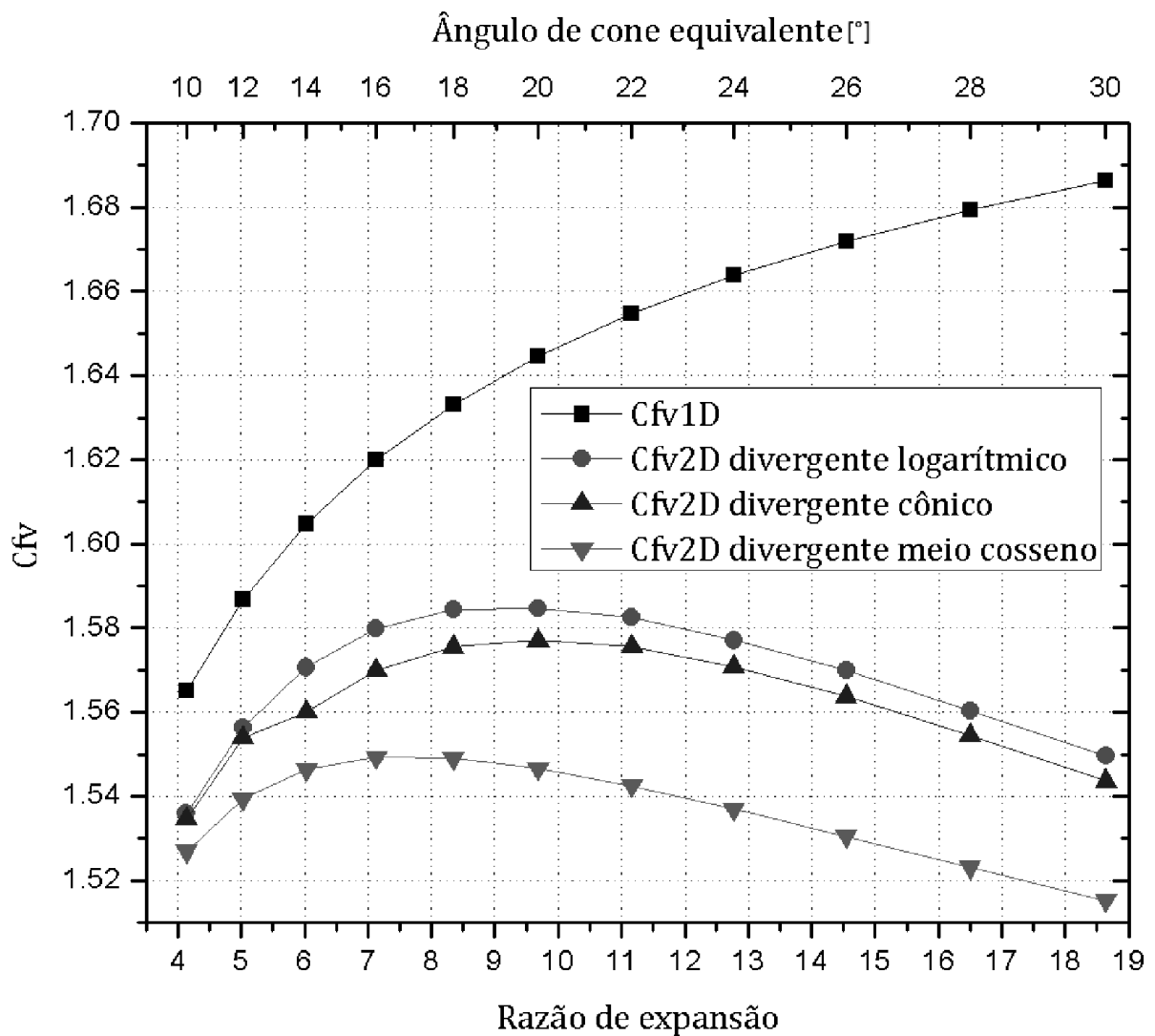
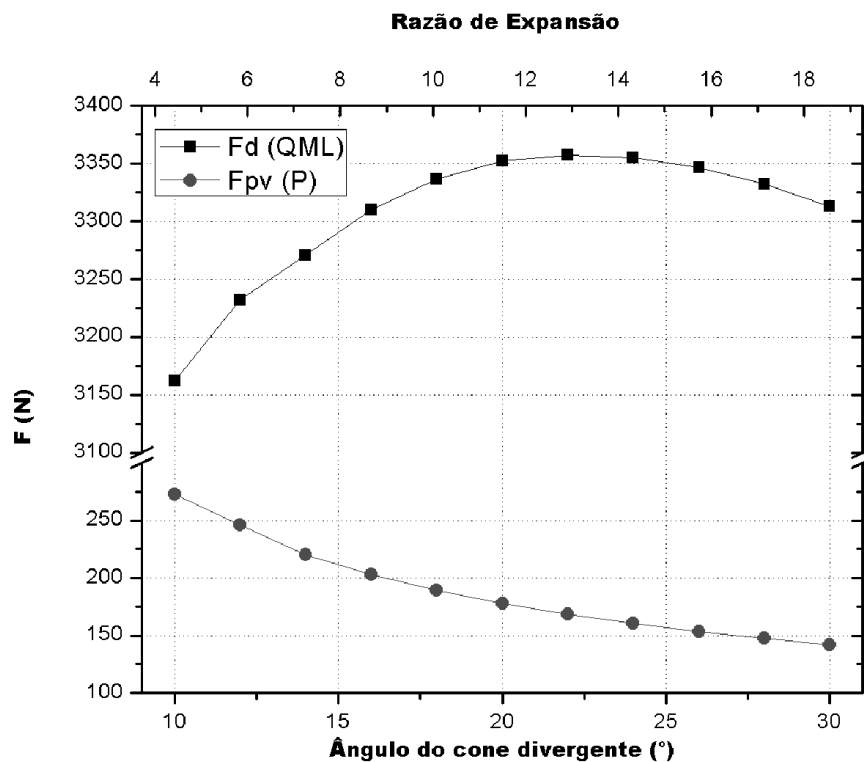


Figura 5.4 Comparação entre os coeficientes de empuxo para diferentes geometrias e a solução 1D

Uma comparação interessante é das parcelas da força de empuxo referentes a quantidade de movimento dos gases ( $F_d$ ) e as forças de pressão ( $F_{pv}$ ), como mostram as Figs. 5.5 a 5.7 para os divergentes cônico, logarítmico e meio cosseno.

Percebe-se claramente que o empuxo devido a pressão cai assintoticamente conforme o ângulo do cone de cone equivalente aumenta, no entanto ocorre que a parcela da força de empuxo devido a quantidade de movimento possui um ótimo, a partir deste ótimo não existe um aumento na aceleração dos gases para o mesmo fluxo de massa, o que acaba por diminuir esta força de empuxo.

A contribuição da força de empuxo da quantidade de movimento é maior do que 92 % na força de empuxo total, dependendo do caso avaliado.



**Figura 5.5** Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente cônico



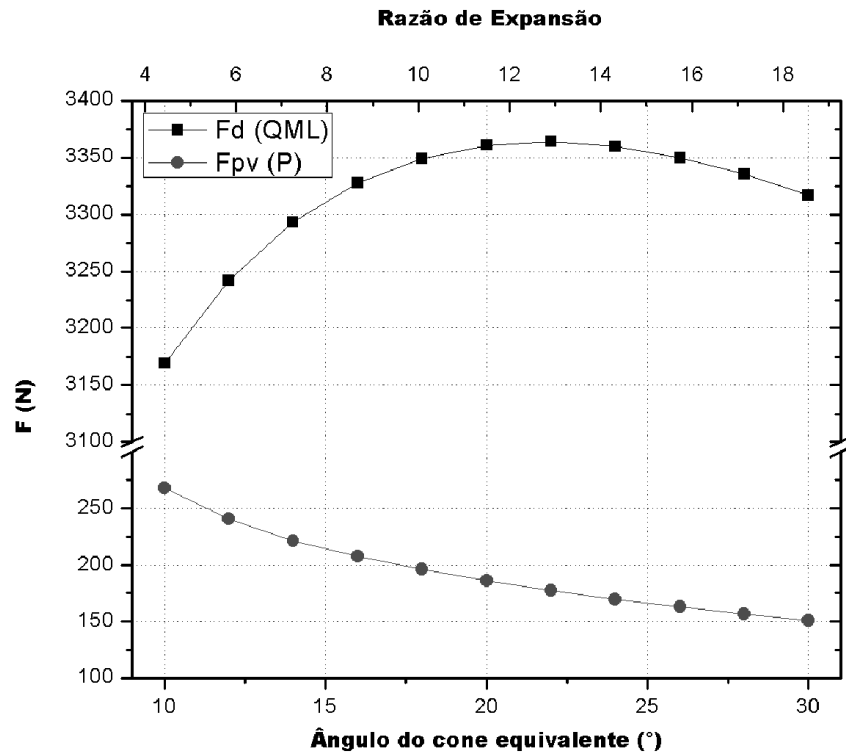


Figura 5.6 Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente logarítmico

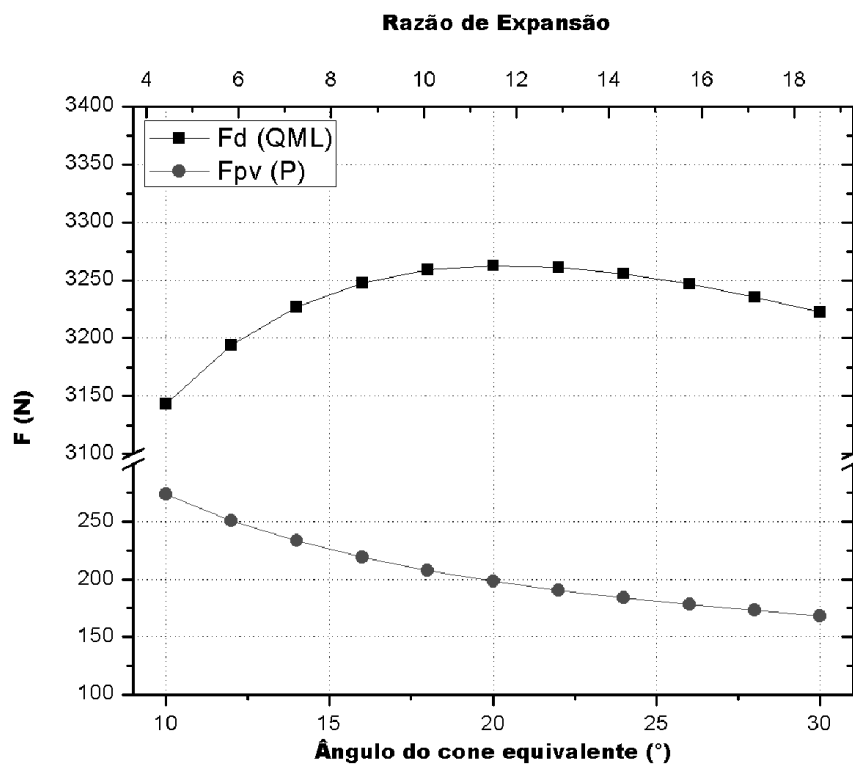


Figura 5.7 Comparação entre as forças de empuxo de quantidade de movimento e de pressão para o divergente meio cosseno

## 6 RESULTADOS PARA TUBEIRAS DE RAZÃO DE EXPANSÃO LIVRE E COMPRIMENTO VARIÁVEL

A tubeira base deste estudo foi a mesma do Cap. 4, no entanto o comprimento total é variável e a área de saída é livre. A geometria dos divergentes utilizada foi: (1) Divergente cônico e (2) Divergente sino pelo método de Anderson (2003).

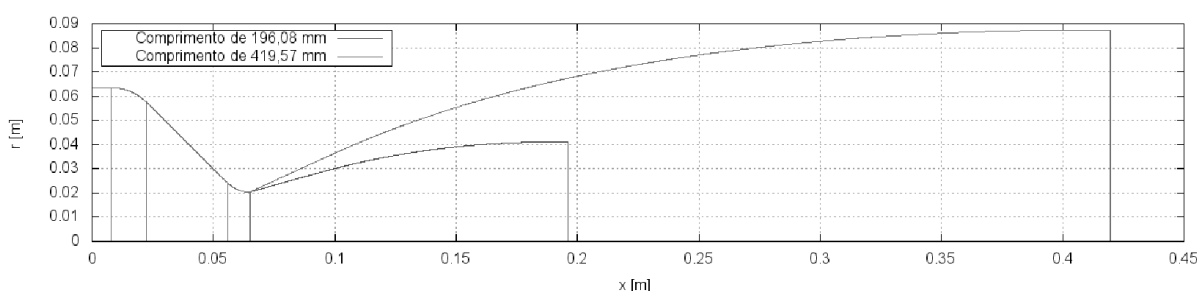
O método de geração de geometria sino de Anderson tem como parâmetros de entrada: (1) Número de Mach na saída, (2) Razão de calores específicos e (3) Diâmetro da garganta. É possível, portanto, gerar geometrias bidimensionais de divergente de forma iterativa para fixar ou a área de saída ou o comprimento total, não sendo possível fixar ambos. Neste método não há raio de arredondamento entre a saída da garganta e o início do divergente.

Na geometria cônica há um raio de arredondamento na saída da garganta e o início do divergente da mesma forma que a geometria original de 12,7 mm.

### 6.1 SIMULAÇÕES COM A GEOMETRIA DO DIVERGENTE DE ANDERSON COM OS RAIOS DE SAÍDA DO CAPÍTULO 5

Nestas simulações foi utilizado o divergente de Anderson, ou seja, fixando-se a área de saída teremos um comprimento livre.

Os raios de saída utilizados foram os mesmos do Cap. 5. No entanto os comprimentos das tubeiras variaram conforme mostrado na Tab. 6.1 (o comprimento da tubeira original é de 185,039 mm). Uma comparação entre as tubeiras com o máximo e mínimo comprimento está mostrado na Fig. 6.1.



**Figura 6.1 Comparação da geometria com divergente tipo sino de Anderson com o mínimo e máximo comprimento**

**Tabela 6.1 Raios de saída e comprimentos das tubeiras com o divergente sino de Anderson**

Raio de Saída (mm)	L (mm)
41,313	196,08
45,579	215,63
49,892	235,56
54,266	255,97
58,711	276,95
63,242	298,57
67,873	320,92
72,620	344,09
77,500	368,18
82,530	393,30
87,734	419,57

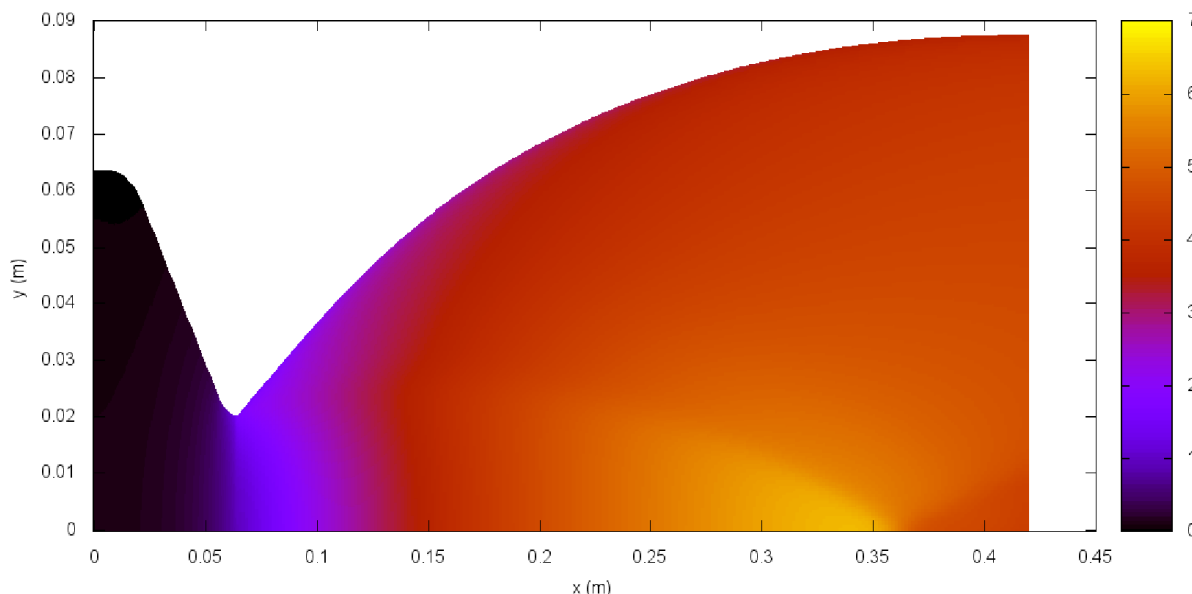
**Tabela 6.2 Tabela geral das simulações com a tubeira sino de Anderson**

nx	ny	L (mm)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	196,075404	2,00E-06	65,625	6,53 min	13	15
384	160	215,6297961	2,00E-06	65,625	6,79 min	14	15
384	160	235,5598662	2,00E-06	65,625	6,50 min	13	15
384	160	255,9734302	2,00E-06	65,625	6,82 min	14	15
384	160	276,9496897	2,00E-06	65,629	6,89 min	15	15
384	160	298,5710619	2,00E-06	65,637	8,22 min	15	15
384	160	320,9217176	2,00E-06	65,609	6,85 min	15	15
384	160	344,0920966	2,00E-06	65,633	7,44 min	14	15
384	160	368,1808668	2,00E-06	65,633	7,69 min	15	15
384	160	393,2976789	2,00E-06	65,637	7,24 min	15	15
384	160	419,5662225	2,00E-06	65,629	6,87 min	13	15

Notando que as malhas não são completamente uniformes como mostra a Tab. 6.2, o comprimento da tubeira aumenta, mas o número de volumes alocados para a região divergente não se altera. Importante notar que realmente existe um choque na geometria ótima de Anderson como mostra na Fig. 6.2.

## **6.2 COMPARAÇÃO ENTRE O COEFICIENTE DE EMPUXO DAS TUBEIRAS SINO DE ANDERSON E A SOLUÇÃO 1D**

Está mostrado na Fig. 6.3 o comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo para a tubeira sino de Anderson e também a solução 1D para a mesma razão de expansão.



**Figura 6.2 Campo de número de Mach para o caso do divergente de maior comprimento, notando o choque oblíquo que aparece no fim do divergente**

Percebe-se que no caso da tubeira sino de comprimento variável, o comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo segue a mesma tendência da solução 1D, o que não acontece no caso do comprimento fixo. Outro aspecto a ser notado é que as duas curvas possuem uma diferença praticamente constante que varia entre 1,40 e 1,54 %

Neste caso, é provável que pelo fato de ser uma geometria bidimensional, o comprimento aumenta conforme a razão de expansão aumenta, e desta forma o comportamento da curva de coeficiente de empuxo aproxima-se da unidimensional.

### **6.3 SIMULAÇÕES COM A GEOMETRIA CÔNICA NO MESMO COMPRIMENTO DO DIVERGENTE DE ANDERSON NOS RAIOS DE SAÍDA DO CAPÍTULO 5**

Para este estudo foram feitos 3 conjuntos de simulações, utilizando os primeiros 3 comprimentos das tubeiras sino com o divergente de Anderson. E variando, da mesma forma que no Cap. 5, o ângulo de cone na saída de 10 a 30° com diferença de 2°, como está mostrado na Tab. 6.3. Este estudo foi realizado apenas com a geometria cônica por facilidade de simulação e tempo, mas a geometria logarítmica é que causaria um aumento maior na força de empuxo.

Está mostrado nas tabelas 6.4 a 6.6 os dados gerais das simulações realizadas.

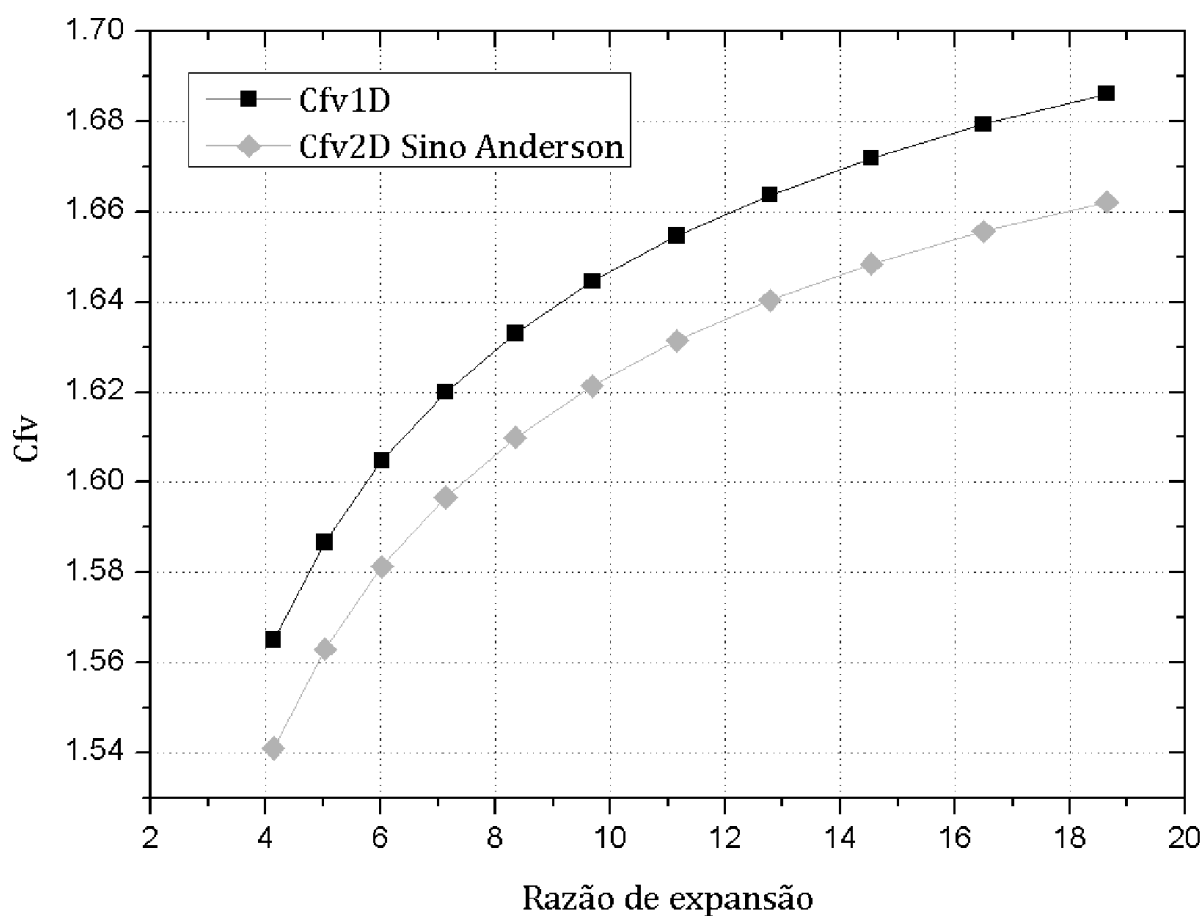


Figura 6.3 Comparação entre o coeficiente de empuxo no vácuo da tubeira sino de Anderson e a solução 1D

Tabela 6.3 Raios de saída das tuberias cônicas em função do comprimento da tubeira sino com o divergente de Anderson

Comprimento (mm)	196,08	215,63	235,56
Ângulo do cone (°)	Raio de saída (mm)		
10	43,257	46,706	50,220
12	47,923	52,080	56,317
14	52,643	57,520	62,489
16	57,429	63,038	68,753
18	62,294	68,650	75,125
20	67,254	74,373	81,626
22	72,331	80,233	88,286
24	77,529	86,237	95,110
26	82,879	92,418	102,14
28	88,394	98,794	109,40
30	94,101	105,39	116,90

Tabela 6.4 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 196,08 mm

nx	ny	Ângulo do cone (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	5,00E-06	64,929	4,16 min	13	15
384	160	12	5,00E-06	64,929	4,29 min	13	15
384	160	14	3,20E-06	65,045	5,25 min	14	15
384	160	16	2,70E-06	65,053	6,87 min	14	15
384	160	18	2,40E-06	65,045	7,62 min	15	15
384	160	20	2,20E-06	65,045	6,46 min	15	15
384	160	22	2,00E-06	65,053	7,98 min	15	15
384	160	24	1,90E-06	65,045	8,46 min	15	15
384	160	26	1,70E-06	65,041	8,89 min	15	15
384	160	28	1,60E-06	65,045	9,27 min	15	15
384	160	30	1,40E-06	65,053	10,42 min	15	15

Tabela 6.5 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 215,63 mm

nx	ny	Ângulo do cone (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	5,00E-06	64,941	4,22 min	14	15
384	160	12	4,60E-06	64,993	4,93 min	14	15
384	160	14	3,40E-06	65,057	5,05 min	14	15
384	160	16	2,90E-06	65,057	6,24 min	15	15
384	160	18	2,60E-06	65,053	6,26 min	15	15
384	160	20	2,40E-06	65,057	6,27 min	14	15
384	160	22	2,20E-06	65,053	7,29 min	15	15
384	160	24	2,00E-06	65,053	7,32 min	15	15
384	160	26	1,80E-06	65,057	8,29 min	14	15
384	160	28	1,70E-06	65,053	7,51 min	13	15
384	160	30	1,50E-06	65,053	8,49 min	13	15

Tabela 6.6 Tabela geral das simulações da tubeira cônica com comprimento total de 235,56 mm

nx	ny	Ângulo do cone (°)	dt (s)	RAM (Mb)	tCPU	EpiFmi	EpiFd*
384	160	10	4,00E-06	64,941	5,04 min	14	15
384	160	12	4,00E-06	64,937	4,81 min	14	15
384	160	14	3,60E-06	64,993	5,00 min	14	15
384	160	16	3,10E-06	65,057	5,14 min	14	15
384	160	18	2,80E-06	65,053	5,86 min	14	15
384	160	20	2,60E-06	65,057	6,10 min	14	15
384	160	22	2,30E-06	65,057	6,64 min	14	15
384	160	24	2,10E-06	65,057	7,03 min	14	15
384	160	26	1,90E-06	65,053	7,62 min	14	15
384	160	28	1,70E-06	65,057	8,11 min	15	15
384	160	30	1,60E-06	65,053	8,08 min	14	15

## 6.4 COMPARAÇÕES

Está mostrado nas Fig. 6.4 a 6.6 o comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo para as tubeiras cônicas e os respectivos pontos para a tubeira com o divergente sino.

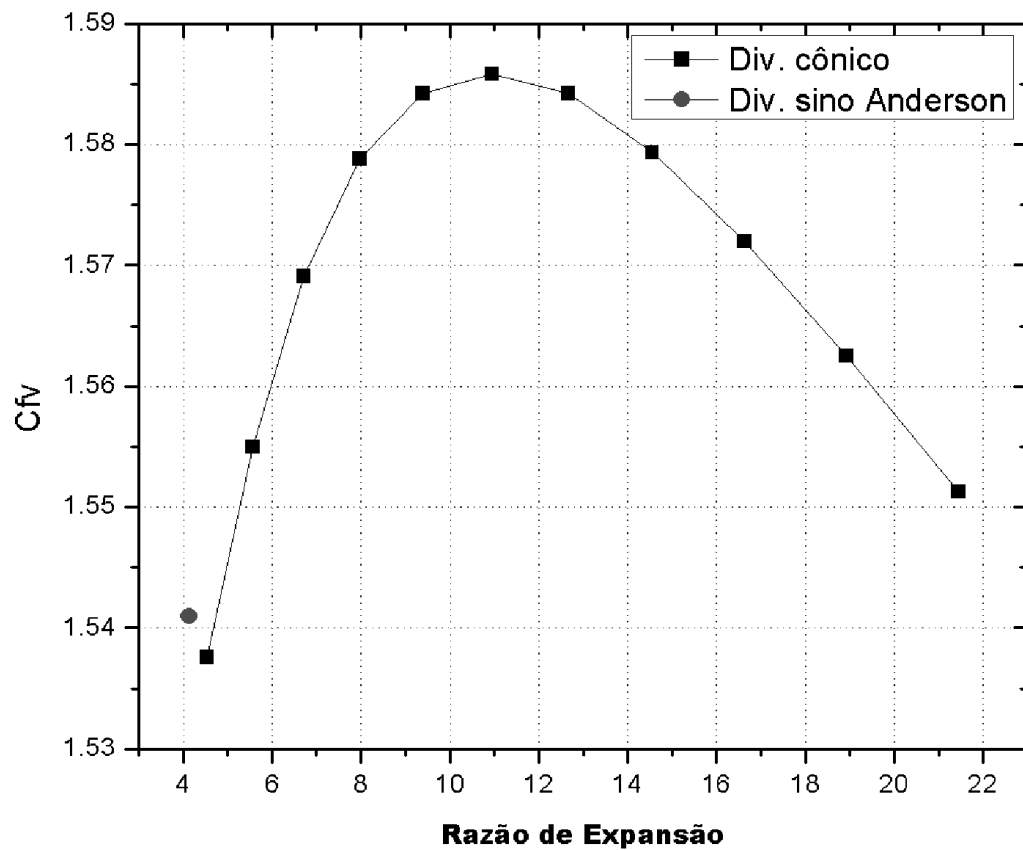


Figura 6.4 Comparação para a tubeira com  $L=196,08$  mm, usando divergente sino de Anderson e cônico

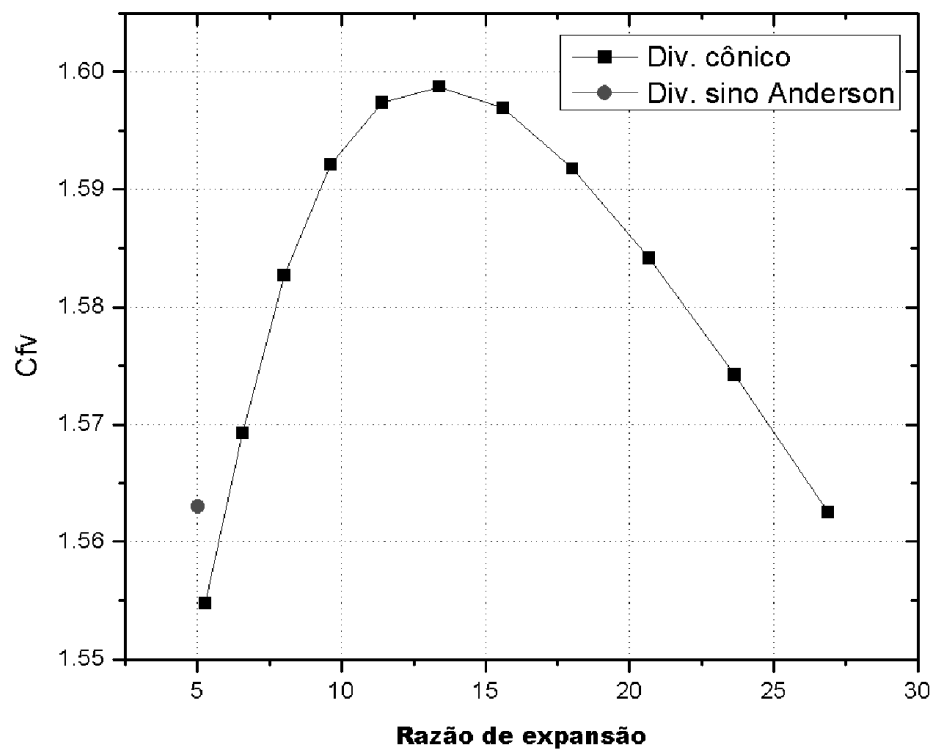
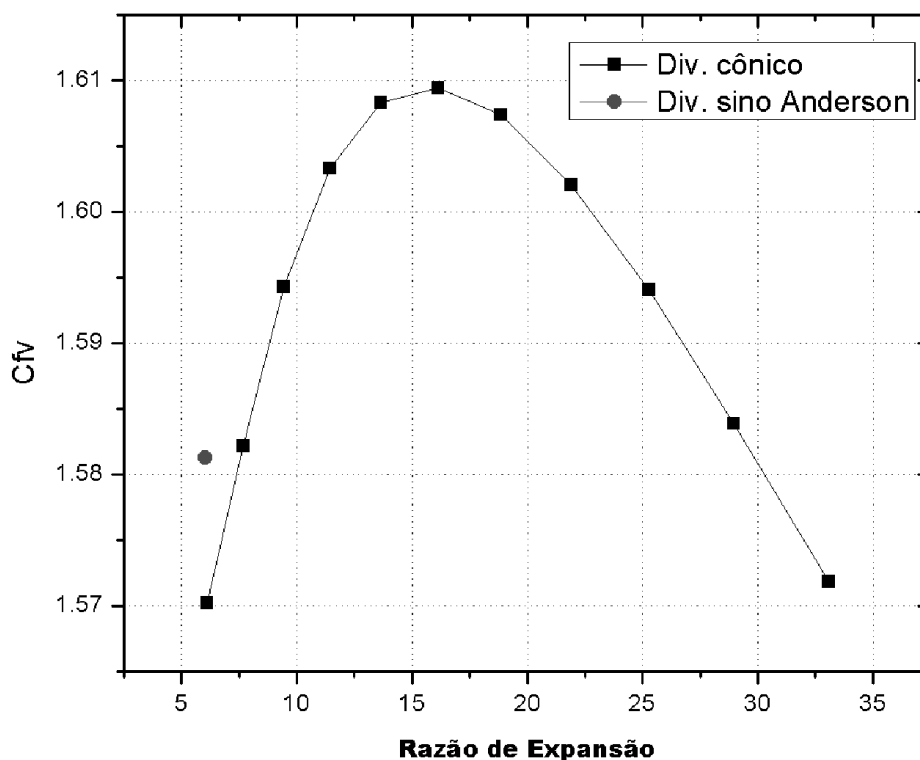


Figura 6.5 Comparação para a tubeira com  $L=215,63$  mm, usando divergente sino de Anderson e cônico



**Figura 6.6** Comparação para a tubeira com  $L=235,56$  mm, usando divergente sino de Anderson e cônico

Está mostrado nas Figs. 6.4 a 6.6 que para um comprimento fixo de tubeira é possível encontrar um divergente cônico com uma razão de expansão maior que resulta em um empuxo maior, nas mesmas condições de trabalho, que o mesmo divergente tipo sino de Anderson.

Na Fig. 6.7 está mostrado o comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo para tubeiras cônicas, para três comprimentos ao variar-se as razões de expansão. É possível observar que para cada comprimento de tubeira, existe uma razão de expansão que gera o maior empuxo possível, o ângulo que gera esta razão de expansão não se alterou com o aumento no comprimento da tubeira. Da mesma forma que no Cap. 5, este ângulo ótimo para a tubeira cônica é de  $20^\circ$ .



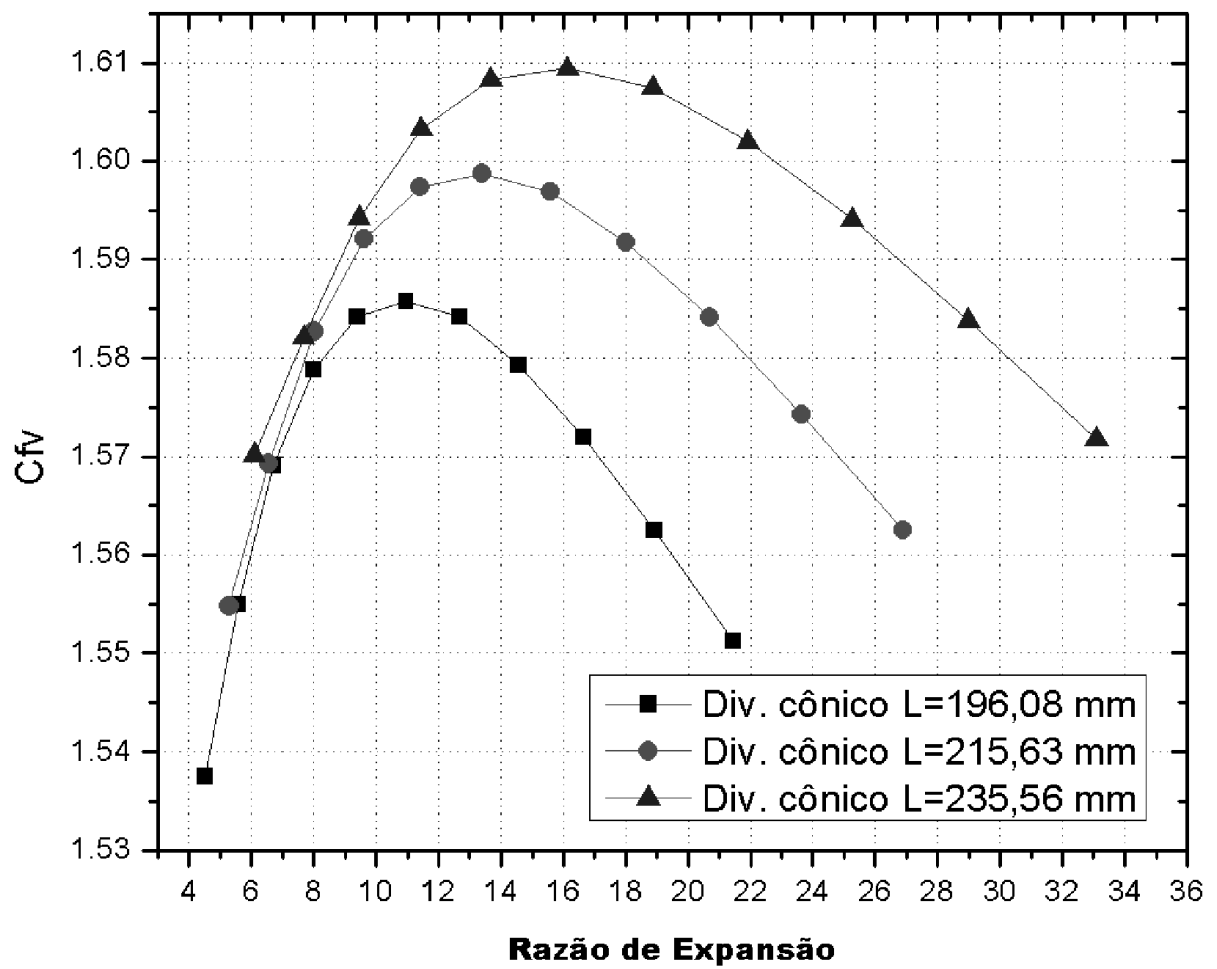


Figura 6.7 Comportamento do coeficiente de empuxo no vácuo para 3 comprimentos de tubeira ao variar a razão de expansão

## **7 ESTUDO TEÓRICO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE 7 DIVERGENTES DE MOTORES-FOGUETE A PROPELENTE SÓLIDO**

Nesse capítulo o motor-foguete C6-0 do fabricante brasileiro, a Bandeirante, será avaliado com a teoria quase unidimensional, sete diferentes geometrias de tubeiras de motores-foguete serão propostas e avaliadas experimentalmente, seus desempenhos serão comparados a fim de avaliar-se o melhor tipo de tubeira. Também serão mostradas algumas simulações com o Mach2D utilizando-se a geometria e propriedades físicas do escoamento dentro destes motores-foguete.

### **7.1 CLASSIFICAÇÃO DE MOTORES-FOGUETE**

Os motores-foguete são classificados em relação a seu impulso total, definido pela integral da força de empuxo em relação ao tempo de queima, como mostra a Eq. 7.1.

$$I_t = \int_0^{t_f} F(t) dt \quad (7.1)$$

onde:  $t_f$  é o tempo total de queima do motor e  $F(t)$  é a força a cada instante  $t$  da queima do motor-foguete.

O impulso total pode ser interpretado como a quantidade de movimento na forma química (energia potencial química). Para um mesmo impulso total, é possível obter-se forças de empuxo maiores em um tempo reduzido ou forças de empuxo menores em um tempo prolongado. Mas isto respeitando a integral da força no tempo.

Além do impulso total, um motor de espaçomodelo é classificado também em termos da força média e carga temporizadora para a ejeção do paraquedas, de forma:

### **C6-4**

onde *C* indica o impulso total do motor-foguete em N.s (no caso de 5 a 10 N.s), 6 indica a força de empuxo média em N e 4 indica o tempo em segundos desde o fim da queima da carga propulsora até a carga de ejeção.

A Tab. 7.1 mostra a classificação de vários motores em função do impulso total embarcado (NAR, 2004).

A Bandeirante comercializa motores das classes A, B e C. Os testes experimentais deste trabalho serão feitos utilizando-se motores classe C, com empuxo médio de 6 N (segundo o fabricante) e sem cargas temporizadora e de ejeção, definidos por: C6-0.

**Tabela 7.1 Classificação de motores-foguete em função da faixa de impulso total**

Faixa de Impulso total (N.s)	Classe do Motor
0,0000 - 0,3125	1/8 A
0,3126 - 0,6250	1/4 A
0,6251 - 1,2500	1/2 A
1,2501 - 2,5000	A
2,5001 - 5,0000	B
<b>5,0001 - 10,0000</b>	<b>C</b>
10,0001 - 20,0000	D
20,0001 - 40,0000	E

## **7.2 OBTENÇÃO DA PRESSÃO DE ESTAGNAÇÃO MÉDIA DOS MOTORES-FOGUETE DO FABRICANTE**

Para iniciar o estudo dos motores C6-0, havia a necessidade de encontrar a pressão de estagnação média do motor-foguete do fabricante, a Bandeirante (2013).

A nota técnica da Estes (BROWN, 1978) apresenta um método de cálculo da pressão na câmara de combustão. Este método não pôde ser utilizado neste trabalho, pois não é conhecido o ponto de separação do escoamento, que representaria a área efetiva de saída e por consequência a razão de expansão. Esta área deve ser calculada.

São mostrados na tabela 7.2 os resultados experimentais de um projeto de pesquisa anterior (MARCHI, 2011) para os motores C6-0 da Bandeirante (com 95% de confiança, utilizando o procedimento descrito pela norma (ABNT, 1997)).

**Tabela 7.2 Resultados experimentais e de projeto dos motores C6-0 da Bandeirante**

Resultado	Valor	Grandeza
$\bar{F}$	$3,18 \pm 0,39$	$N$
$\bar{u}$	$701 \pm 48$	$m/s$
$P_a$	91,745	$kPa$
$D_g$	3,0	$mm$

Na Tab. 7.2,  $\bar{F}$  é a força de empuxo média,  $\bar{u}$  é a velocidade de ejeção efetiva média dos gases e  $P_a$  é a pressão atmosférica média do dia do teste (MARCHI, 2010).

O propelente utilizado nos motores-foguete da Bandeirante é a pólvora negra, definida pelo fabricante como:

150g  $KNO_3$  = Nitrato de potássio ( $KNO_3$ )

50g  $C$  = Carbono (Carvão)

20g  $S$  = Enxofre

Ou ainda em termos percentuais:

68,18% =  $KNO_3$

22,73% =  $C$

9,09% =  $S$

### 7.3 PROGRAMA PRESSAO\_CAMARA

O programa `pressao_camara` foi implementado em linguagem Fortran 90. Com base nos dados experimentais dos testes estáticos calcula a pressão na câmara de combustão e as propriedades do escoamento na entrada e na saída da tubeira. As entradas são: diâmetro da garganta  $D_g$ , pressão atmosférica no dia do teste  $P_a$ , força de empuxo média experimental  $\bar{F}$ , velocidade de ejeção efetiva média dos gases experimental  $\bar{u}$ , estimativa inicial da pressão de estagnação e número de iterações máximas.

A sua lógica é a seguinte:

1. Estima-se a pressão de estagnação,  $P_0$ ;
2. Com o auxílio do programa ProPEP (ROCKETWORKBENCH, 2013), calcula-se a temperatura de estagnação (admitindo a temperatura adiabática de chama), a razão de calores específicos (corrigindo-a para o escoamento bifásico utilizando as correções propostas por Nakka (2013)) e a massa molar da fase gasosa (para encontrar a constante dos gases perfeitos do gás), isso considerando a composição química do propelente do fabricante mostrada anteriormente.
3. Isola-se a temperatura de saída na equação  $u = M \sqrt{\gamma R T}$  (utilizando o resultado experimental da velocidade média efetiva de ejeção dos gases) e inserindo-a em  $T = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$  calcula-se o número de Mach;
4. Com o número de Mach, calcula-se a pressão na saída pela equação  $P = P_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\gamma/(\gamma - 1)}$  e a razão de expansão pela equação  $\varepsilon = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$ ;
5. Calcula-se o coeficiente de empuxo no vácuo pela equação  $C_{f,vac} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \left[ 1 - \left(\frac{P_s}{P_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]} + \frac{P_s}{P_0} \varepsilon$ ;
6. Calcula-se o coeficiente de empuxo pela equação  $C_f = C_{f,vac} - \frac{P_a}{P_0} \varepsilon$ ;
7. Com a equação  $P_0 = \frac{\bar{F}}{C_f A_g}$  calcula-se a nova pressão de estagnação (utilizando a força de empuxo média experimental);
8. Volta-se ao passo 2 até atingir uma tolerância; para este trabalho a tolerância utilizada foi o erro de máquina.

9. Após este procedimento, obtêm-se as propriedades de estagnação  $P_0, T_0, \rho_0$  e propriedades na saída  $P_s, T_s, \rho_s$ .

O código computacional ProPEP é um solver de equilíbrio químico que realiza o balanço das equações químicas que relacionam os reagentes com os produtos por um método que se chama minimização da energia livre de Gibbs (NAKKA, 2013). Os ingredientes (reagentes) que definem o propelente são transformados adiabaticamente em produtos da reação química nas quantias fixadas pelas relações de equilíbrio, pressão na câmara de combustão e pelo balanço de massa, tudo isso a uma temperatura de reação constante de acordo com a energia disponível na reação. O conjunto de produtos resultante fornece o básico para o cálculo das propriedades termodinâmicas, a partir do qual os parâmetros de desempenho são determinados, através de um processo iterativo, para levar em conta a mudança nos produtos e na composição do propelente. A entrada é simplesmente uma lista dos ingredientes do propelente e a respectiva massa. Para cálculo da temperatura adiabática, basta adicionar ainda a pressão na câmara de combustão.

Outro programa similar de cálculo termoquímico é o CEA (Chemical Equilibrium with Applications) da NASA (GORDON e McBRIDE, 1994; McBRIDE e GORDON, 1996). Nakka (2013), em seu *website*, cita que o CEA é muito difícil de utilizar e as predições das propriedades são quase idênticas às do ProPEP.

As propriedades na câmara de combustão com base nos dados de entrada da Tab. 7.2 estão mostradas na Tab. 7.3 e as propriedades na saída estão mostradas na Tab. 7.4.

**Tabela 7.3 Propriedades do escoamento na câmara de combustão ou estagnação**

Resultado	Valor	Grandeza
$P_0$	423,85	$kPa$
$T_0$	1117,09	$K$
$\rho_0$	2,33	$kg/m^3$
$m_m$	51,04	$g/mol$
$R$	162,92	$J/kg.K$
$\gamma_{2ph}$	1,101	$adim$

Na Tab. 7.3,  $m_m$  é a massa molar do gás e  $\gamma_{2ph}$  é a razão de calores específicos corrigida para o escoamento bifásico.

**Tabela 7.4 Propriedades do escoamento na saída da tubeira**

Resultado	Valor	Grandeza
$P_s$	100,32	<i>kPa</i>
$T_s$	979,19	<i>K</i>
$\rho_s$	0,63	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
$M_s$	1,67	<i>adim.</i>
$D_s$	3,57	<i>mm</i>
$\epsilon_e$	1,42	<i>adim.</i>

Na Tab. 7.4,  $P_s$  é a pressão de saída dos gases,  $T_s$  é a temperatura de saída dos gases,  $\rho_s$  é a massa específica de saída dos gases,  $M_s$  é o número de Mach na saída dos gases,  $D_s$  é o diâmetro de saída efetivo dos gases e  $\epsilon_e$  é a razão de expansão efetiva.

De acordo com a teoria quase unidimensional (Tab. 7.4), a razão de expansão efetiva dos gases é de 1,42. Comparando este valor com a razão de expansão da tubeira padrão do fabricante, que é de 10,03 percebe-se que há uma considerável superexpansão dos gases.

Por este motivo foram realizados testes experimentais com diferentes geometrias de tubeira para investigar melhor o comportamento da ausência da superexpansão do escoamento pelo motor-foguete.

## 7.4 PROJETO DE NOVAS TUBEIRAS

Foram fabricados e testados sete diferentes geometrias de tubeiras:

Tipo I (Fig. 7.1 esq.): Tubeira com razão de expansão de projeto unitária, ou seja, sem divergente, apenas a parte convergente e uma seção de diâmetro constante de comprimento 10 mm. É o tipo de tubeira que o fabricante utiliza no novo motor CanSat.

Tipo II (Fig. 7.1 dir.): Tubeira com divergente cônico, com razão de expansão de projeto de 1,52. Esta tubeira possui razão de expansão próxima ao ideal obtido pela teoria 1D citada anteriormente e está entre o utilizado no CanSat e o utilizado nos motores-foguete da Estes.

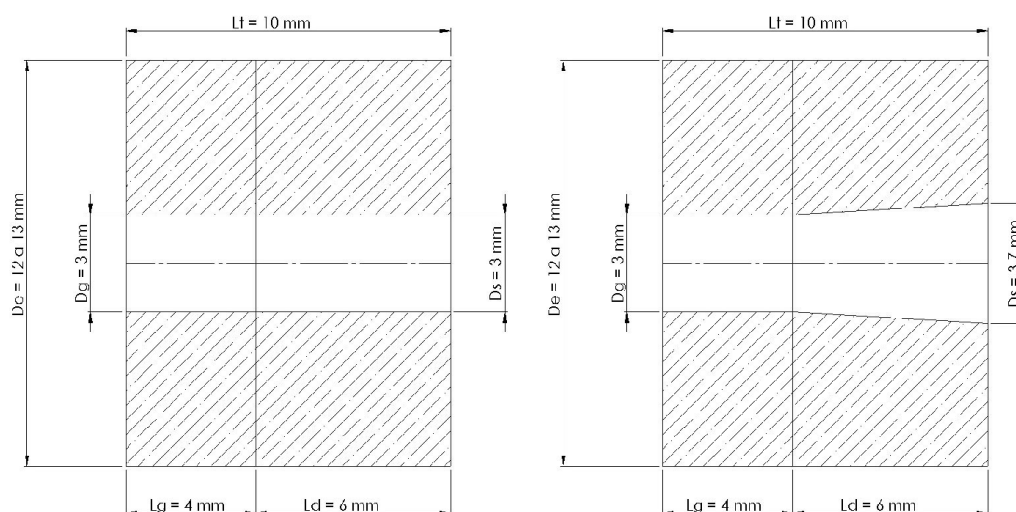
Tipo III (Fig. 7.2 esq.): Tubeira com divergente cônico, com razão de expansão de projeto de 2,05. Esta tubeira tem razão de expansão semelhante à utilizada nos motores foguete da Estes (BROWN, 1978).

Tipo IV (Fig. 7.2 dir.): Tubeira com divergente cônico, com razão de expansão de projeto de 2,78. Esta tubeira possui razão de expansão um pouco maior que a tubeira utilizada nos motores-foguete da Estes.

Tipo V (Fig. 7.3 esq.): Tubeira com divergente cônico, com razão de expansão de projeto de 4,99. Esta tubeira possui uma razão de expansão média entre o padrão utilizado nos motores-foguete da Bandeirante e utilizado pela Estes.

Tipo VI (Fig. 7.3 dir.): Tubeira com divergente parabólico tipo corneta com razão de expansão de projeto de 10,03. Esta é a tubeira padrão da Bandeirante.

Tipo VII (Fig. 7.4): Tubeira com divergente parabólico tipo sino, com razão de expansão experimental média de 6,36.

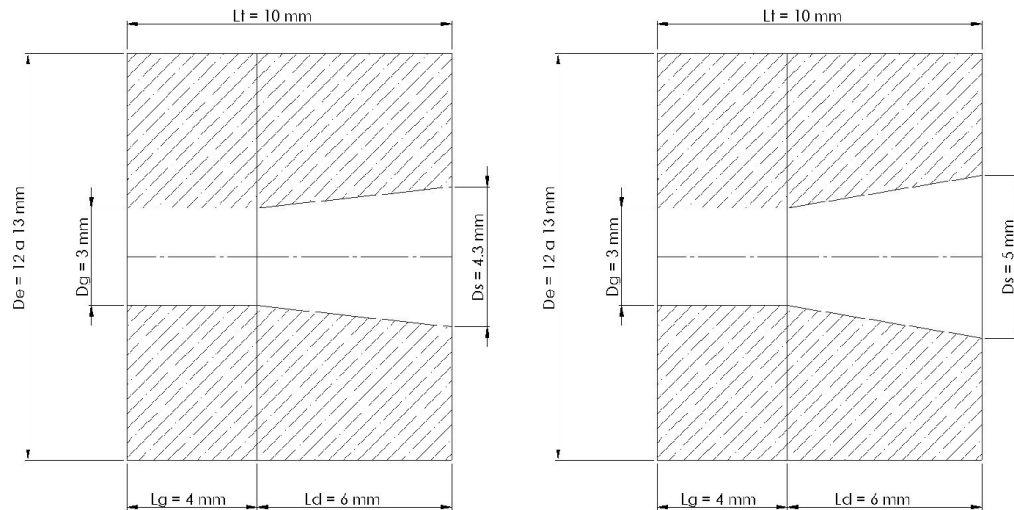


**Figura 7.1 Da esquerda para a direita: tubeiras modelos I e II**

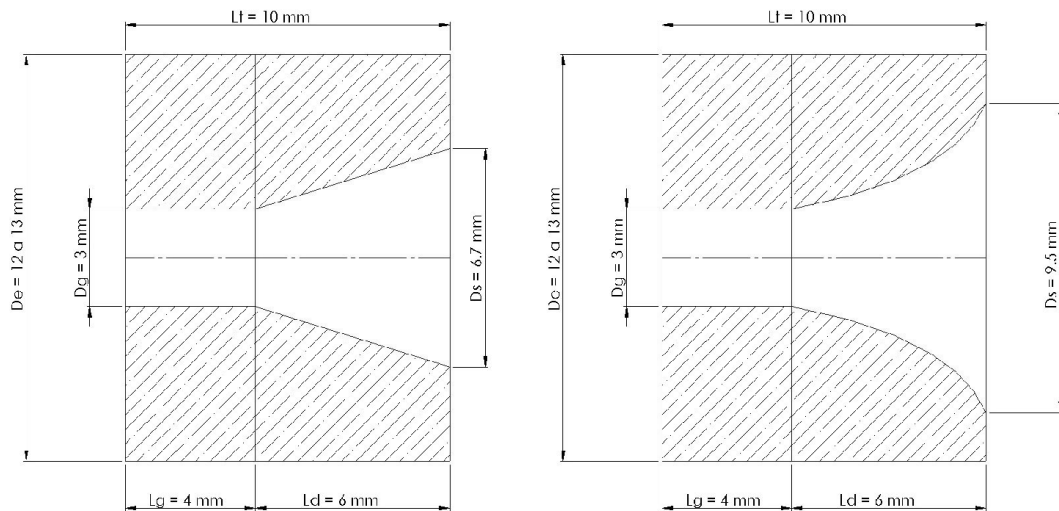
Os valores reais dos diâmetros de garganta ( $D_g$ ) e suas incertezas e o diâmetro de saída e suas incertezas estão na Tab. 7.5.

Esta mostrado na Fig. 7.5 todos os 10 motores de cada tipo de tubeira testados para este trabalho e nas Figs. 7.1 a 7.3, são mostrados os projetos das tubeiras que foram fabricadas para este trabalho, notando que a tubeira tipo 7 possui uma curva experimental mostrada na Fig. 7.4.





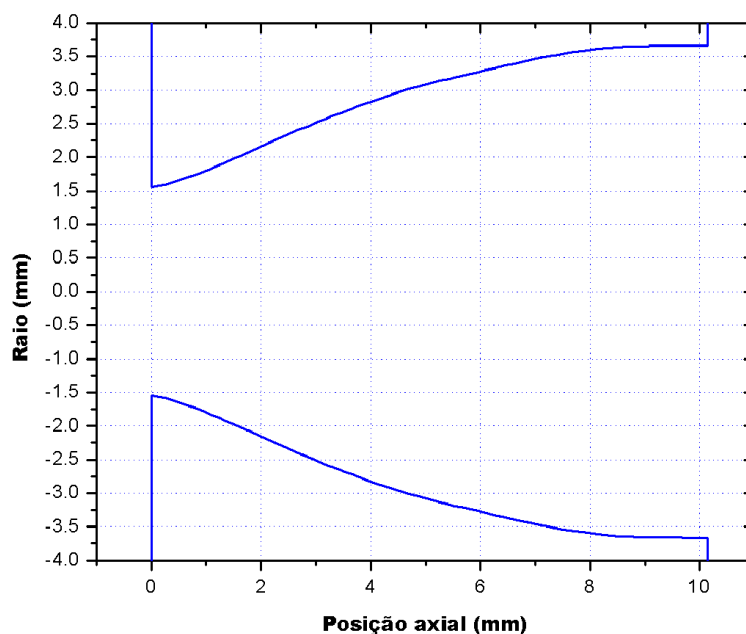
**Figura 7.2 Da esquerda para a direita: tubos modelos III e IV**



**Figura 7.3 Da esquerda para a direita: tubos modelos V e VI**

**Tabela 7.5 Diâmetros da garganta e de saída com suas incertezas e razão de expansão média**

Tipo	I	II	III	IV	V	VI	VII
$D_g$ (mm)	$3,008 \pm 0,072$	$2,97 \pm 0,12$	$2,98 \pm 0,31$	$2,82 \pm 0,12$	$2,65 \pm 0,15$	$2,80 \pm 0,11$	$2,88 \pm 0,26$
$D_s$ (mm)	$3,131 \pm 0,054$	$3,493 \pm 0,084$	$4,18 \pm 0,13$	$4,69 \pm 0,17$	$6,30 \pm 0,13$	$12,10 \pm 0,36$	$7,269 \pm 0,084$
$\varepsilon_e$ (médio)	1,1	1,4	2,0	2,8	5,6	18	6,4



**Figura 7.4 Perfil experimental da tubeira modelo VII, parabólica tipo sino**



**Figura 7.5 Todos os motores testados agrupados por tipo de tubeira, da esquerda para a direita tipo 1 a tipo 7**

Nota-se que no perfil experimental da tubeira tipo 7 que o comprimento é próximo de 10 mm de comprimento, e como as tubeiras do fabricante são padronizadas com comprimento total de 10 mm, isto significa que este tipo de divergente não possui a seção de diâmetro constante de 4 mm presente no projeto dos outros tipos de tubeiras.

Estas tubeiras foram produzidas como tentativas para avaliar experimentalmente qual é a razão de expansão que resulta na maior força de empuxo.

As principais medidas dos motores-foguete e suas incertezas (confiabilidade de 95%) estão na Tab. 7.6.

Tabela 7.6 Principais medidas dos motores-foguete e suas incertezas

Tipo	I	II	III	IV	V	VI	VII
$D_e$ (mm)	$17,29 \pm 0,50$	$17,33 \pm 0,19$	$17,21 \pm 0,18$	$17,32 \pm 0,20$	$17,30 \pm 0,28$	$17,35 \pm 0,17$	$17,27 \pm 0,41$
$D_i$ (mm)	$12,220 \pm 0,094$	$12,17 \pm 0,14$	$12,12 \pm 0,17$	$12,02 \pm 0,31$	$12,10 \pm 0,29$	$12,01 \pm 0,18$	$11,96 \pm 0,21$
$L_t$ (mm)	$69,90 \pm 0,12$	$69,895 \pm 0,092$	$69,92 \pm 0,14$	$69,97 \pm 0,31$	$69,95 \pm 0,10$	$69,98 \pm 0,13$	$70,07 \pm 0,22$
$M_o$ (g)	$19,9 \pm 1,7$	$19,80 \pm 0,71$	$19,6 \pm 1,3$	$19,9 \pm 1,0$	$19,6 \pm 1,2$	$19,86 \pm 0,81$	$19,79 \pm 0,93$
$M_f$ (g)	$13,1 \pm 1,4$	$13,01 \pm 0,41$	$12,75 \pm 0,52$	$13,15 \pm 0,45$	$12,84 \pm 0,96$	$13,07 \pm 0,61$	$12,7 \pm 1,2$
$M_p$ (g)	$6,82 \pm 0,55$	$6,78 \pm 0,37$	$6,89 \pm 0,84$	$6,7 \pm 1,2$	$6,73 \pm 0,49$	$6,79 \pm 0,82$	$7,1 \pm 1,2$

Na Tab 7.6,  $D_e$ : Diâmetro externo do motor-foguete (mm),  $D_i$ : Diâmetro interno do motor-foguete (mm),  $L_t$ : Comprimento total do motor-foguete (mm),  $M_o$ : Massa antes do teste estático (g) ou massa inicial,  $M_f$ : Massa depois do teste estático (g) ou massa final e  $M_p$ : Massa de propelente (g), definida pela diferença entre a massa inicial e a massa final do motor-foguete

## 7.5 EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Todas as medidas de massa foram obtidas com base numa medição de 1 min na balança de precisão Marte AY220. Esta balança possui precisão de 1 mg e resolução de 0,1 mg. A balança é mostrada na Fig. 7.6.

Todas as medidas de comprimento foram obtidas com base na média de 3 medições com um paquímetro digital de 150 mm da Lee Tools com resolução de 0,01 mm. O paquímetro é mostrado na Fig. 7.7.



Figura 7.6 Balança de precisão Marte AY220



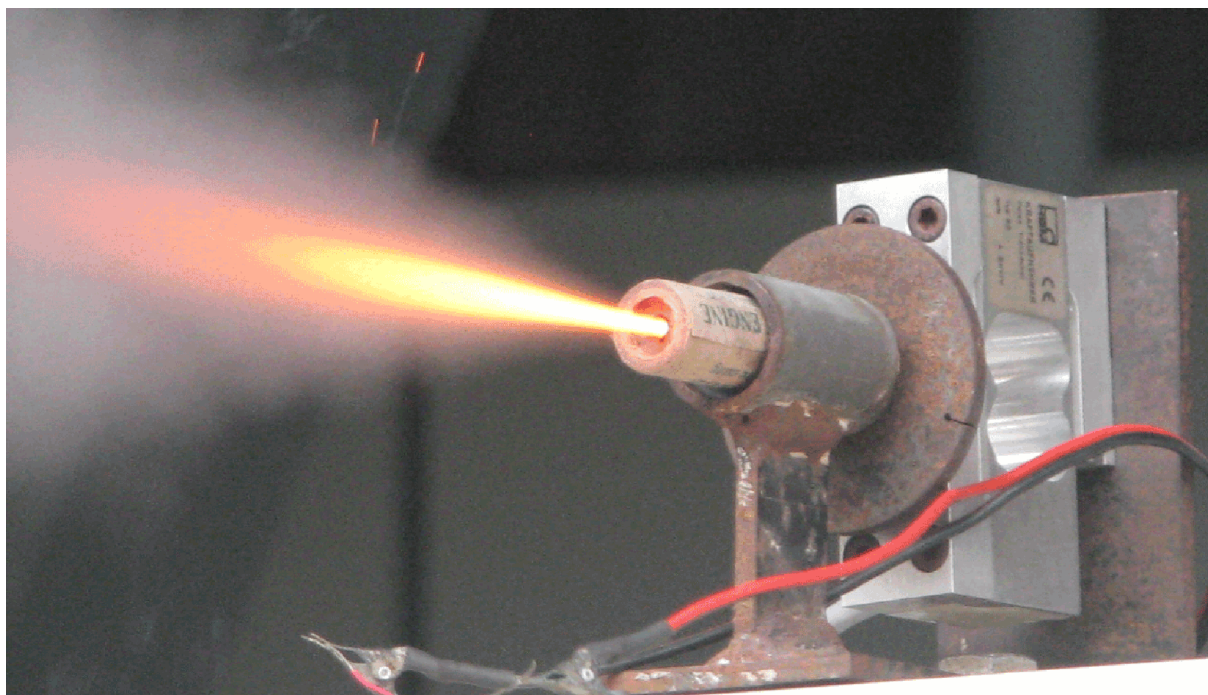
Figura 7.7 Paquímetro Lee Tools 150 mm

Para a medição do diâmetro da garganta, foram utilizados pinos-padrão do Laboratório de Metrologia da UFPR. Esta medição foi realizada por comparação (passa ou não passa) nos 10 motores de cada tipo de tubeira. Os pinos-padrão têm resolução no diâmetro de 0,01 mm.

A curva experimental da tubeira tipo 7 foi obtida com a máquina de coordenadas da Hexagon do Laboratório de Metrologia da UFPR.

A bancada experimental usada durante cada teste estático dos motores pode ser vista na Fig.7.8, onde o motor MNTII-01 foi testado. A sigla significa que este é o motor número 01 de tubeira tipo II. A sigla MNT significa Motores com Novas Tubeiras.

Na Fig. 7.8, também é mostrada a célula de carga empregada, que é do tipo S2, de 50 N, da HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH), cuja classe de acurácia é de 0,025 N. O sistema de aquisição de dados utilizado foi o Spider 8 da HBM, com o aplicativo computacional Catman 4.5. Em cada teste estático, obteve-se a força de empuxo do motor durante o tempo de queima do propelente com frequência de aquisição de dados de 200 Hz, resultando em 0,005 s o intervalo de tempo entre duas medidas consecutivas. Os motores-foguete ficaram com seu eixo longitudinal na posição horizontal durante a queima, como pode ser visto na mesma figura.



**Figura 7.8 Motor-foguete em teste no banco estático**

## 7.6 ANÁLISES DO DESEMPENHO DAS TUBEIRAS COM A TEORIA 1D

A Tab. 7.7 apresenta os resultados dos testes estáticos e as incertezas experimentais destes motores em função do tipo de tubeira.

**Tabela 7.7 Resultados dos testes estáticos dos motores com novas tubeiras**

Tipo	I	II	III	IV	V	VI	VII
Classe	B3	B3	B3	B3	B3	B4	B2
$I_t$ (N.s)	$4,61 \pm 0,83$	$4,38 \pm 0,50$	$4,3 \pm 1,0$	$4,6 \pm 1,1$	$4,32 \pm 0,97$	$4,8 \pm 1,0$	$2,8 \pm 1,2$
$\bar{F}$ (N)	$3,0 \pm 2,0$	$2,60 \pm 0,28$	$2,6 \pm 1,2$	$3,4 \pm 2,8$	$3,0 \pm 1,7$	$3,6 \pm 3,0$	$1,75 \pm 0,97$
$U \bar{F}$ (%)	66,7	10,8	46,2	82,4	56,7	83,3	55,4
$t_q$ (s)	$1,60 \pm 0,54$	$1,704 \pm 0,051$	$1,67 \pm 0,41$	$1,44 \pm 0,74$	$1,49 \pm 0,46$	$1,44 \pm 0,76$	$1,66 \pm 0,38$
$I_s$ (s)	$68 \pm 10$	$65,9 \pm 5,7$	$64 \pm 14$	$70 \pm 16$	$65 \pm 12$	$72 \pm 19$	$41 \pm 12$
$\dot{m}$ (g/s)	$4,4 \pm 2,0$	$3,99 \pm 0,24$	$4,16 \pm 0,91$	$4,9 \pm 2,7$	$4,6 \pm 1,7$	$4,9 \pm 2,6$	$4,3 \pm 1,1$
$\bar{u}$ (m/s)	$680 \pm 100$	$646 \pm 55$	$630 \pm 130$	$690 \pm 160$	$640 \pm 120$	$710 \pm 190$	$400 \pm 110$

Onde:

$I_s$ : Impulso específico (s)

Para tentar entender melhor o comportamento constante da força e impulso totais para quase todas as 7 tubeiras, foi feito uma análise com o programa *pressa\_camara*. Na lógica adotada pelo programa a pressão de saída também é uma incógnita, ela é calculada e não coincide com a pressão atmosférica. Isto é mostrado na Tab. 7.4 que apresenta os dados na saída do motor-foguete ao comparar com a Tab. 7.2 que mostra os dados obtidos no dia do teste.

Para os dados médios de diâmetro da garganta (Tab. 7.5), pressão atmosférica no dia dos testes das sete tubeiras, força de empuxo média e velocidade de ejeção efetiva média dos gases (Tab. 7.7), foram encontradas as propriedades de estagnação, velocidade sônica na garganta e Mach na saída médios para cada um dos sete tipos de tubeiras como mostrado na Tab. 7.8.

**Tabela 7.8 Propriedades de estagnação, velocidade sônica na garganta e Mach na saída médios**

Tubeira	I	II	III	IV	V	VI	VII
$P_0$ (kPa)	406,4	365,3	371,1	497,9	495,8	518,8	291,6
$T_0$ (K)	1115	1110	1111	1125	1125	1127	1099
$R$ (J/kg.K)	163,1	163,5	163,4	162,2	162,3	162,1	164,4
$\gamma$	1,101	1,101	1,101	1,101	1,101	1,101	1,101
$v^*$ (m/s)	436,5	436,1	436,2	437,3	437,3	437,5	435,2
$M_s$	1,548	1,481	1,440	1,567	1,467	1,617	0,928

Na Tab. 7.8  $v^*$  é a velocidade do som na garganta. É possível observar que o número de Mach na saída da tubeira tipo 7 (sino) é menor do que a unidade. Isto significa que a saída dos gases é subsônica. Isto pode explicar o motivo do baixo empuxo (Tab. 7.6) destes motores em comparação com os demais.

Considerando as propriedades de estagnação da Tab. 7.8, foi realizado um estudo 1D para avaliar o comportamento destes motores.

Se considerarmos o diâmetro de saída real (Tab. 7.5) dos motores, qual seria o empuxo gerado e como ele seria comparado com o empuxo experimental? Isto está apresentado na Tab. 7.9. O procedimento foi o seguinte: com base na razão de expansão de projeto, calcula-se o número de Mach na saída e desta forma a pressão dos gases na saída, com estes dados calcula-se o coeficiente de empuxo total e assim encontra-se a força de empuxo.

**Tabela 7.9 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao considerar a razão de expansão total das tubeiras**

Tubeira	I	II	III	IV	V	VI	VII
$\varepsilon_e$	1,083	1,380	1,964	2,777	5,663	18,73	6,357
$M_s$	1,306	1,645	1,973	2,233	2,687	3,339	2,755
$P_s$ (kPa)	165,1	90,390	52,451	42,990	16,718	3,980	8,484
$C_f$	1,025	1,017	0,988	1,051	0,674	-1,364	-0,245
$F_{calc}$ (N)	2,961	2,579	2,563	3,259	1,841	-4,342	-0,466
df(exp-calc)	2,37%	-0,29%	2,79%	5,01%	38,4%	221%	126%

Na Tab. 7.9,  $F_{calc}$  é a força de empuxo calculada e df é a diferença percentual entre o experimental e o calculado. Percebe-se na Tab. 7.9, que a diferença entre o empuxo experimental e o calculado é aceitável ( $< 10\%$ ), grande ( $>10\%$  e  $<25\%$ ) e muito grande ( $> 25\%$ ) dependendo do tipo de tubeira (Tipo II; Tipos I, III, IV e Tipos V, VI e VII respectivamente).

Se considerarmos apenas o diâmetro de garganta como a área de saída dos gases (sem a expansão dos gases), qual seria o empuxo gerado e como ele seria comparado com o empuxo experimental? Isto está apresentado na Tab. 7.10. O procedimento foi o seguinte: com base no número de Mach unitário, calcula-se a pressão de saída, calcula-se o coeficiente de empuxo total e assim encontra-se a força de empuxo. Percebe-se na Tab. 7.10 que a diferença entre o empuxo experimental e o calculado é aceitável para todas as tubeiras.

**Tabela 7.10 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao desconsiderar a expansão dos gases**

Tubeira	I	II	III	IV	V	VI	VII
$P_s$ (kPa)	237,56	213,51	216,904	291,032	289,83	303,29	170,43
$C_f$	1,005	0,980	0,984	1,046	1,045	1,053	0,917
$F_{calc}$ (N)	2,903	2,485	2,553	3,243	2,856	3,353	1,746
$df(exp-calc)$	4,29%	3,36%	3,18%	5,48%	4,44%	6,11%	0,18%

Se considerarmos a expansão ótima, aquela na qual a pressão de saída dos gases é igual à pressão atmosférica, qual seria o empuxo gerado e como ele seria comparado com o empuxo experimental? Isto está apresentado na Tab. 7.11. O procedimento foi o seguinte: no cálculo do coeficiente de empuxo, considera-se que a pressão de saída é a pressão atmosférica e calcula-se o coeficiente de empuxo ótimo, com este calcula-se a força de empuxo ótima, para comparação. Mostra-se também o número de Mach na saída e a razão de expansão.

**Tabela 7.11 Empuxo gerado e comparação com o empuxo experimental ao considerar-se expansão ótima**

Tubeira	I	II	III	IV	V	VI	VII
$C_f$	1,053	1,017	1,022	1,116	1,115	1,129	0,936
$M_s$	1,710	1,644	1,654	1,830	1,828	1,854	1,497
$\epsilon_c$	1,467	1,379	1,391	1,664	1,660	1,708	1,221
$F_{calc}$ (N)	3,040	2,579	2,653	3,462	3,047	3,593	1,781
$df(exp-calc)$	-0,25%	-0,29%	-0,61%	-0,89%	-1,97%	-0,63%	-1,84%

É possível analisar na Tab. 7.11 o seguinte:

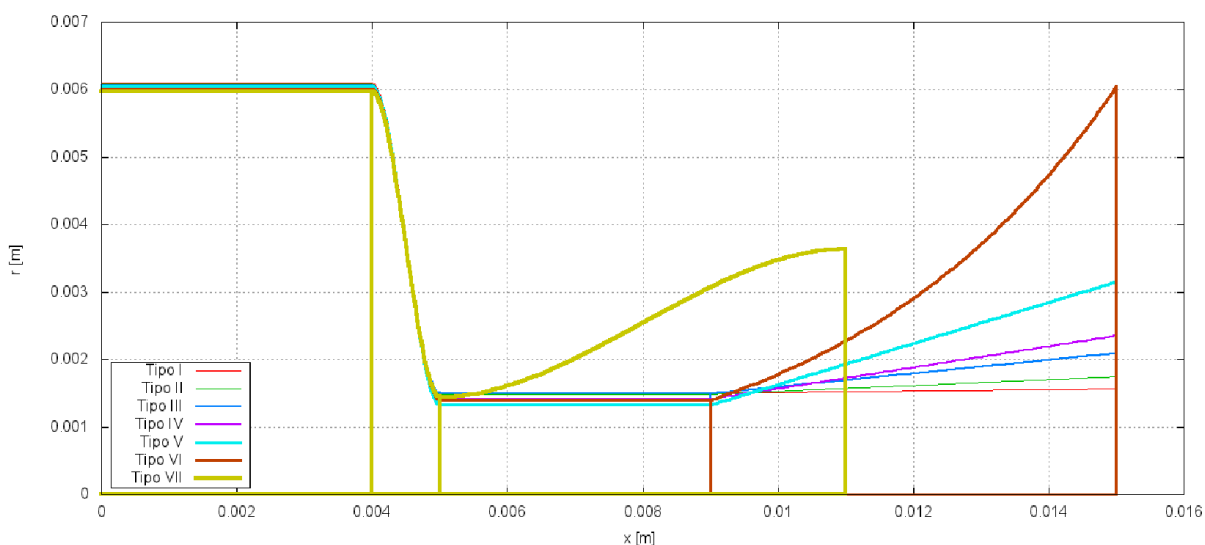
- As diferenças entre o empuxo experimental e o calculado são sempre negativas, isso significa que o resultado calculado sempre é maior que o experimental.

- Para todas as tubeiras as diferenças entre o empuxo experimental e o calculado são menores que 2%.

Com base nas Tabs. 7.9 a 7.11, os resultados que apresentam menor erro percentual é considerar que os gases chegam a expansão ótima independente da razão de expansão de projeto.

## 7.7 SIMULAÇÕES COM O MACH2D NA GEOMETRIA E DADOS EXPERIMENTAIS DOS TESTES ESTÁTICOS

Nesta seção testes foram feitos com o Mach2D na geometria o mais próximo possível da utilizada nos motores-foguete testados no capítulo. Uma comparação com todas as geometrias utilizadas no Mach2D em função do tipo de tubeira está mostrado na Fig. 7.9.



**Figura 7.9** Comparação com todas as geometrias testadas no Mach2D em função do tipo da tubeira

Nas simulações realizadas, as geometrias (Fig. 7.9) foram padronizadas da seguinte forma:

- todas as tubeiras possuem 4 mm de seção constante com o raio interno médio experimental (Tab. 7.6).



- uma transição de seção de 1 mm de comprimento com geometria de interpolação cúbica começando e terminando com ângulo nulo até o raio da garganta médio experimental.

- para as tubeiras com seção constante (Tipos I a VI), uma seção de 4 mm de comprimento com o mesmo raio da garganta.

- para as tubeiras cônicas (Tipos I a V): uma seção divergente cônica de 6 mm de comprimento até o raio de saída experimental, para a tubeira corneta (Tipo VI) uma interpolação exponencial até o raio de saída experimental e para a tubeira tipo sino (Tipo VII) uma interpolação cúbica começando e terminando com ângulo nulo até o raio de saída experimental.

Os dados de estagnação na entrada da tubeira foram padronizados para todas as simulações como: pressão de estagnação de 423,84615 kPa, temperatura de estagnação de 1117,086 K, razão de calores específicos de 1,1006399 e constante do gás perfeito de 162,91632 J/(kg.K) (Obtidos da Tab. 7.3). O escoamento, como nas outras simulações deste trabalho, foi simulado como invíscido. Os dados gerais das simulações estão mostrados nas Tabs. 7.12 a 7.18.

**Tabela 7.12 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 1**

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TI_001	20	10	1,00E-05	800	0,046 s	3,44
SIM_TI_002	40	20	6,00E-06	1425	0,86 s	4,05
SIM_TI_003	80	40	3,00E-06	3375	7,39 s	6,52
SIM_TI_004	160	80	1,00E-06	7150	1,34 min	16,24
SIM_TI_005	320	160	6,00E-07	8825	8,43 min	54,65

**Tabela 7.13 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 2**

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TII_001	20	10	1,00E-05	500	0,09 s	3,43
SIM_TII_002	40	20	6,00E-06	1025	0,61 s	4,07
SIM_TII_003	80	40	3,00E-06	2550	5,71 s	6,55
SIM_TII_004	160	80	1,00E-06	5500	1,09 min	16,26
SIM_TII_005	320	160	6,00E-07	9000	8,43 min	54,65

Tabela 7.14 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 3

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_THI_001	20	10	1,00E-05	525	0,11 s	3,46
SIM_THI_002	40	20	6,00E-06	925	0,56 s	4,05
SIM_THI_003	80	40	3,00E-06	2400	5,38 s	6,55
SIM_THI_004	160	80	1,00E-06	5025	56,53 s	16,24
SIM_THI_005	320	160	6,00E-07	8625	8,58 min	54,65

Tabela 7.15 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 4

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TIV_001	20	10	1,00E-05	650	0,12 s	3,45
SIM_TIV_002	40	20	6,00E-06	900	0,61 s	4,05
SIM_TIV_003	80	40	3,00E-06	2375	5,31 s	6,54
SIM_TIV_004	160	80	1,00E-06	5350	1,11 min	16,26
SIM_TIV_005	320	160	6,00E-07	9175	8,88 min	54,649

Tabela 7.16 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 5

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TV_001	20	10	1,00E-05	675	0,12 s	3,44
SIM_TV_002	40	20	6,00E-06	1875	1,15 s	4,07
SIM_TV_003	80	40	3,00E-06	2325	5,16 s	6,55
SIM_TV_004	160	80	1,00E-06	5500	1,06 min	16,26
SIM_TV_005	320	160	6,00E-07	10125	9,81 min	54,65

Tabela 7.17 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 6

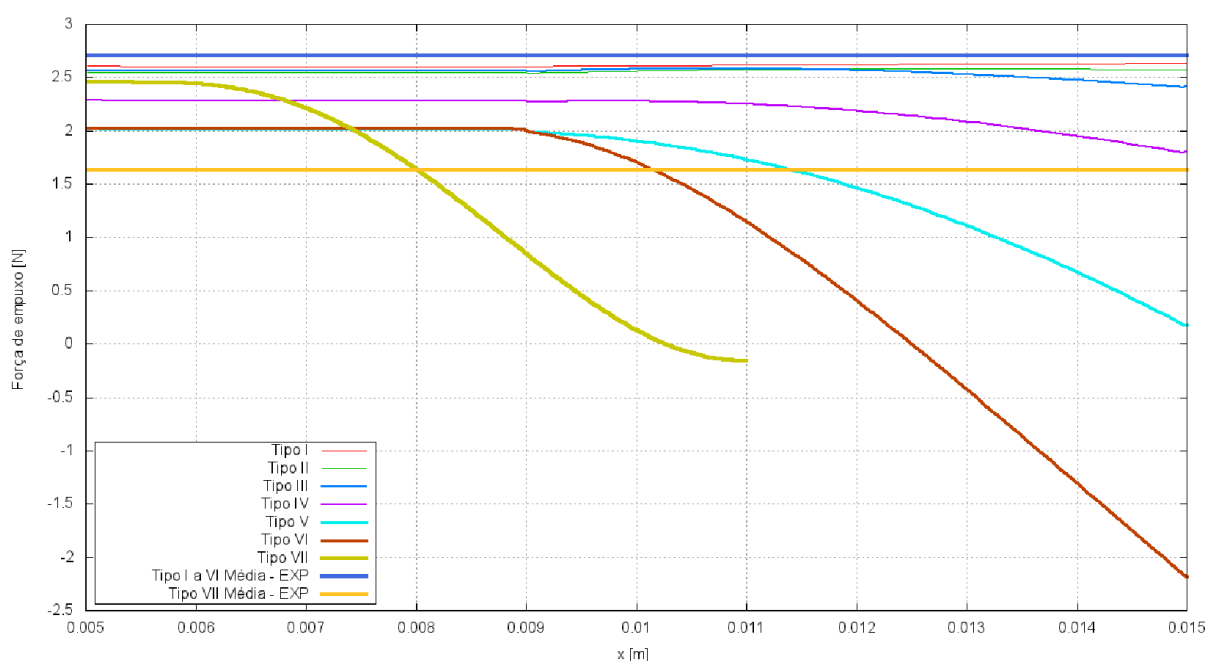
Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TVI_001	20	10	1,00E-05	675	0,12 s	3,45
SIM_TVI_002	40	20	9,80E-07	2575	1,51 s	4,26
SIM_TVI_003	80	40	3,20E-07	11675	25,24 s	6,68
SIM_TVI_004	160	80	1,10E-07	50900	9,81 min	16,30
SIM_TVI_005	320	160	5,60E-08	97400	1,50 h	54,99

Tabela 7.18 Tabela geral das simulações com a tubeira tipo 7

Simulação	nx	ny	$\Delta t$ (s)	it	tCPU	RAM (MB)
SIM_TVII_001	12	6	1,00E-05	450	0,04 s	3,24
SIM_TVII_002	24	12	5,00E-06	475	0,10 s	3,48
SIM_TVII_003	48	24	2,00E-06	1425	0,98 s	4,34
SIM_TVII_004	96	48	6,70E-07	5760	15,02 s	7,35
SIM_TVII_005	192	96	2,00E-07	26900	8,24 min	21,93
SIM_TVII_006	384	192	1,10E-07	49375	1,22 h	77,66

Lembrando que a condição de contorno aplicada na saída da tubeira para todas as simulações é a mesma aplicada as simulações nos capítulos 4 a 6, ou seja, é desconsiderado interação com o ambiente externo.

É mostrada na Fig. 7.10 uma comparação entre as forças a nível do mar para as malhas mais finas das simulações do Mach2D e os resultados experimentais médios para as tubeiras tipo I a VI e tipo VII. Para cada posição do divergente é mostrado a força se a tubeira fosse cortada naquele determinado ponto. Percebe-se que não há ponto algum que passe pelo valor experimental médio das tubeiras Tipo I a VI e que existe um ponto da tubeira tipo VII que concorda com o valor experimental.

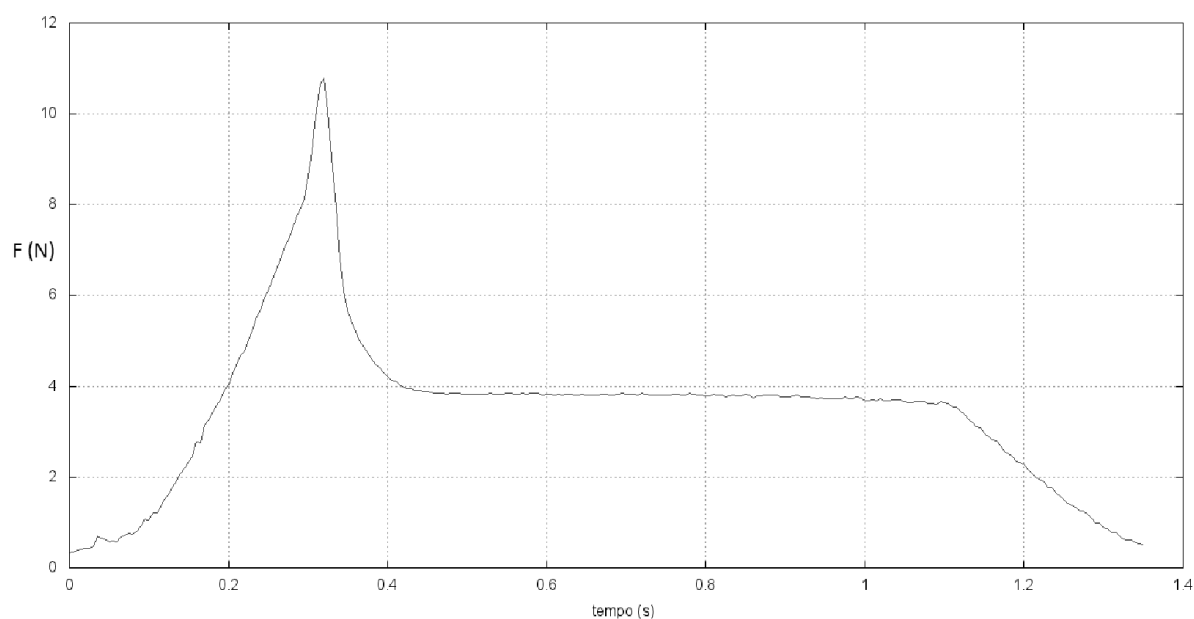


**Figura 7.10** Comparação da força gerada nas malhas mais finas em comparação com os resultados experimentais médios (Tipo I a VI e Tipo VII) para todo o comprimento das tubeiras do Mach2D

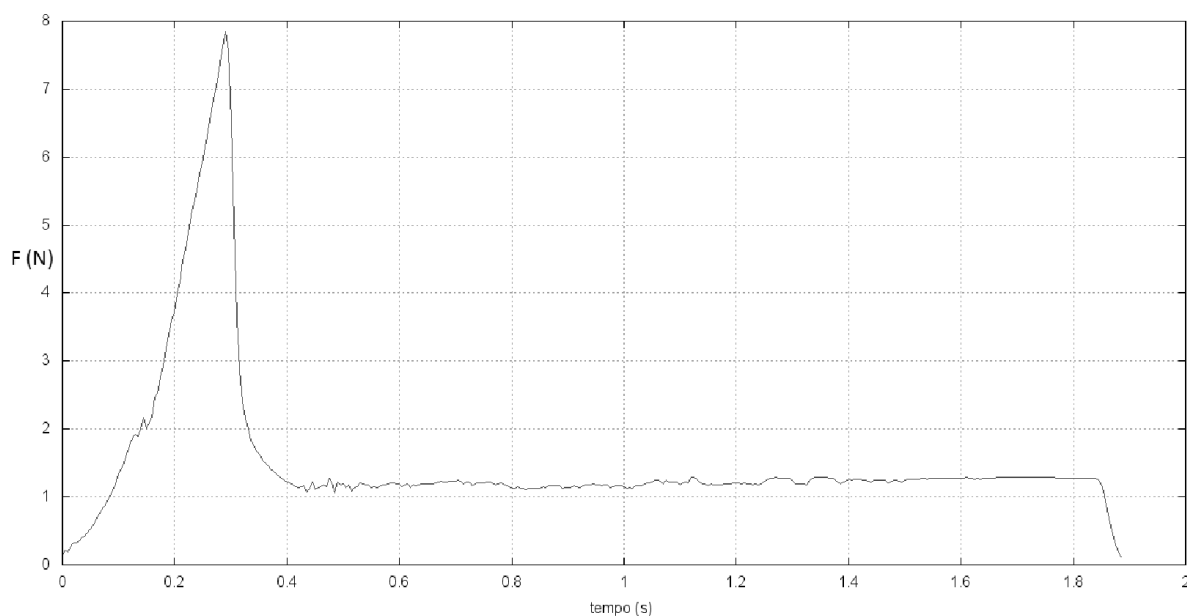
## 7.8 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As Figs. 7.11 e 7.12 mostram a curva de empuxo versus tempo obtida com a célula de carga. Na Fig 7.12 pode-se ver o baixo empuxo gerado pelo motor com a tubeira tipo VII em comparação com a tubeira tipo VI da Fig. 7.11.

A Fig. 7.13 situa os motores testados na classificação de impulso total. Percebe-se claramente que a maioria dos testes estáticos está dentro da faixa da classe B embora alguns motores fiquem classificados como classe C e também classe A. Segundo o fabricante todos estes motores deveriam ser classe C.



**Figura 7.11 Curva de empuxo do motor MNTVI-01**



**Figura 7.12 Curva de empuxo do motor MNTVII-01**

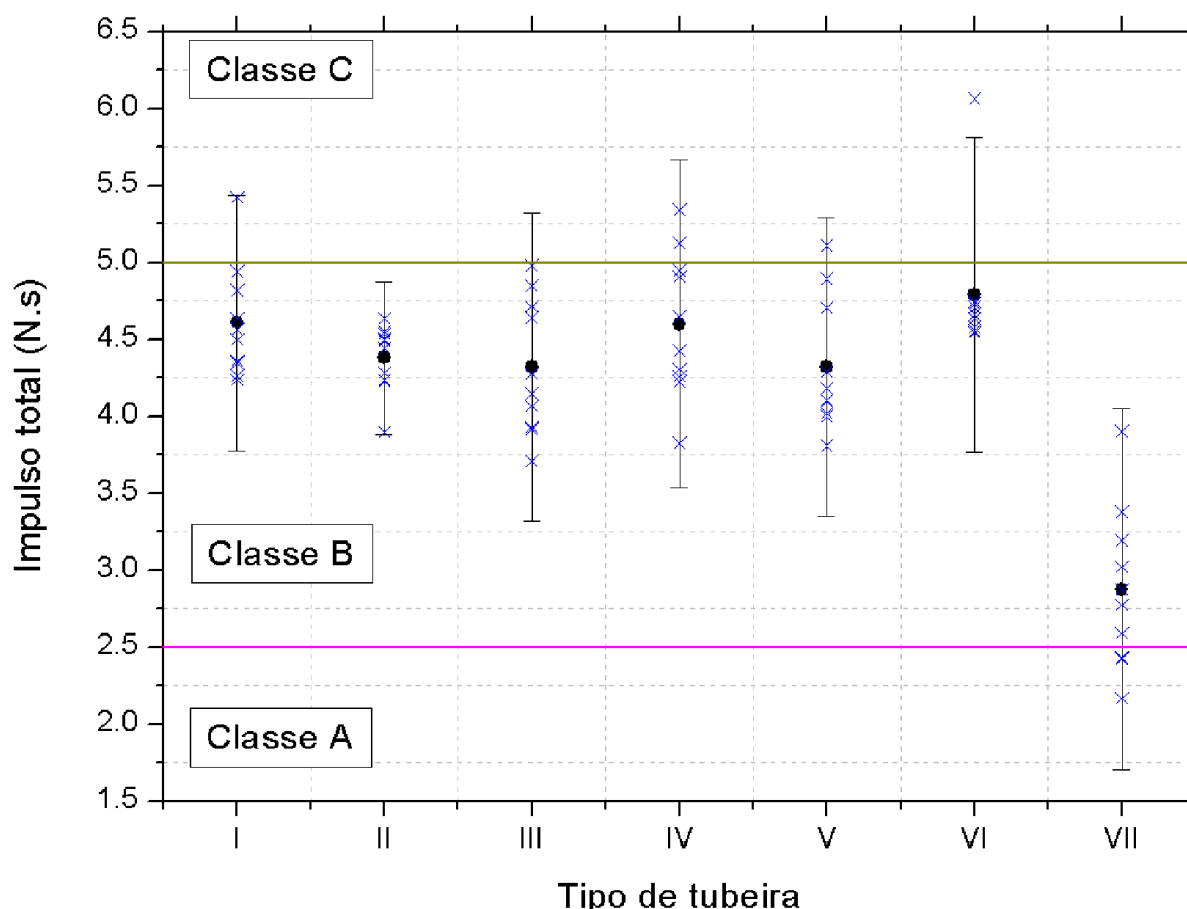


Figura 7.13 Comparação do impulso total em função do tipo da tubeira

Considerando-se o impulso total médio de cada tipo de tubeira, verificou-se que a tubeira do tipo corneta VI é a melhor, seguida de perto pela tubeira cônica tipo (IV), a reta tipo (I) e as outras três cônicas (II, III e V).

A Bandeirante está utilizando a melhor tubeira em seus motores entre os sete tipos testados, que é a tipo (VI).

Segundo os resultados médios dos testes experimentais dos 7 tipos de tubeiras para minimotores-foguete, os gases atingem a expansão ótima independente da razão de expansão utilizada (a diferença para o resultado experimental médio é de no máximo 2% para todos os 7 divergentes Tab. 7.11). No entanto não se sabe exatamente o motivo da tubeira tipo VII (parabólica tipo sino) resultar em empuxo e impulso total tão reduzidos. Duas são as hipóteses: (1) a ausência da seção constante de 4 mm na garganta e (2) a própria geometria do divergente.

Os resultados obtidos do código Mach2D para o caso das 7 tubeiras não gerou nenhum resultado conclusivo, isto deve se dar ao fato de ocorrer o descolamento do escoamento da parede, fenômeno que o código Mach2D não contempla ainda.

## 8 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi avaliado o efeito da parte divergente de um motor-foguete operando no vácuo. Para isto, foram realizadas simulações com o código computacional Mach2D. Nestas simulações considerou-se um escoamento compressível invíscido, de gás não reativo, termicamente perfeito, bidimensional axissimétrico. Também, foram testadas e analisadas 7 diferentes geometrias de divergente de motores-foguete utilizados em espaçomodelos.

### 8.1 COMENTÁRIOS FINAIS

O objetivo principal deste trabalho a princípio era apenas o Cap. 7, que eram o projeto, teste e otimização de 7 tubeiras de motores-foguete utilizados em espaçomodelos. No entanto como pode ser observado, as 7 tubeiras com exceção da tubeira sino (Tipo VII) não apresentaram diferenças significativas nas suas forças de empuxo e impulso total. Por este motivo foi utilizado o código computacional Mach2D para avaliar o efeito do divergente de motores-foguete operando no vácuo.

### 8.2 CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho gerou as seguintes contribuições:

- Segundo as condições de trabalho da tubeira utilizada, existe um ângulo cônico para o divergente que gera o maior empuxo possível no vácuo, e este valor é de  $20^\circ$ .
- O valor do ângulo ótimo não se altera com o comprimento da tubeira utilizada, e é o mesmo para um divergente obtido com uma interpolação logarítmica. No entanto, este valor ótimo é de  $16^\circ$  para a tubeira meio cosseno.
- Do ponto de vista da expansão dos gases, realmente existe uma razão de expansão tal que o empuxo no vácuo produzido pela tubeira começa a diminuir. E isto não se dá apenas pela divergência do ângulo cônico, pelo fato que para o divergente meio cosseno (que possui ângulo nulo na saída da tubeira) obteve-se também um ângulo ótimo, ainda menor que o ângulo ótimo cônico.

- Segundo os resultados médios dos testes experimentais dos 7 tipos de tubeiras para minimotores-foguete, os gases atingem a expansão ótima independente da razão de expansão utilizada (a diferença para o resultado experimental médio é de no máximo 2% para os 7 tipos de divergentes). No entanto não se sabe exatamente o motivo da tubeira tipo VII (parabólica tipo sino) resultar em empuxo e impulso total tão reduzidos. Duas são as hipóteses: (1) a ausência da seção constante de 4 mm na garganta e (2) a própria geometria do divergente.

### **8.3 TRABALHOS FUTUROS**

- Realizar uma análise mais aprofundada do comportamento da malha utilizada nos Caps. 5 e 6 com o valor do ângulo equivalente cônico ótimo encontrado, utilizando malhas mais finas.

- Realizar uma análise mais aprofundada das condições iniciais da simulação ( $P_0$ ,  $\gamma$ ,  $T_0$ ,  $R$ ) sobre o valor do ângulo equivalente cônico ótimo.

- Realizar mais testes estáticos para explicar o reduzido empuxo e impulso total da tubeira sino testada no Cap. 7, utilizando, por exemplo, a mesma geometria de divergente mas com a seção constante de 4 mm padrão dos motores da Bandeirante.



## REFERÊNCIAS

ABNT. *Guia para expressão da incerteza de medição*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1997.

ACRUX, *A empresa Acrux*. Disponível em: <<http://www.aatsolutions.net/acrux.html>>. Acesso em 19 jul 2013.

ANDERSON, J. D, *Modern compressible flow: with historical perspective*, 3 ed, pp. 397-403, McGraw-Hill, 2003.

APOGEE, *Apogee Components' History*. Disponível em: <[http://www.apogeerockets.com/Company/Apogee\\_history](http://www.apogeerockets.com/Company/Apogee_history)>. Acesso em 19 jul 2013.

BACK, L. H., MASSIER P. F., GIER H. L., *Comparison of measured and predicted flows through conical supersonic nozzles with emphasis on transonic region*, AIAA Journal, vol. 3, pp. 1606–1614, 1965.

BANDEIRANTE, *Sobre a empresa*. Disponível em: <<http://www.boavistamodelismo.com.br/empresa.php>>. Acesso em 19 jul 2013.

BROWN, E. D. *Estes Industries Technical Note TN-2, Model Rocket Performance*. Penrose: Estes Industries, 4 p., 1978.

CAMPBELL C. E., FARLEY J. M. *NASA technical note / D: 467*, National Aeronautics and Space Administration, 1960.

EDGE OF SPACE, *A Empresa*. Disponível em: <<http://www.edgeofspace.org/intro.htm>>. Acesso em 19 jul 2013.

ESTES, *About Estes*. Disponível em: <<http://www.estesrockets.com/about-estes>>. Acesso em 19 jul 2013.

FOX R. W.; McDONALD A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1988.

GORDON S., McBRIDE B. J., *Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications – I. Analysis*, NASA Reference Publication, Lewis Research Center, Ohio, 1994.

HAGEMAN G., IMMICH H., NGUYEN T. V., DUMNOV G. E., *Advanced Rocket Nozzles*. Journal of Propulsion and Power, v. 14, n. 5, p. 620-634, 1998.

HOFFMAN J. D., *Design of Compressed Truncated Perfect Nozzles*, Journal of Propulsion and Power, V. 3, n. 2, pp. 150-156, 1987.

KLIEGEL, J. R., LEVINE, J. N., *Transonic Flow in Small Throat Radius of Curvature Nozzles*, AIAA Journal, V. 7, pp. 1375-1378, 1969.

KUNDU P. K.; COHEN I. M., *Fluid Mechanics*. 4ed. USA: Burlington, 2008.

MARCHI, C. H. *Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos*. 2001. 305 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

MARCHI C. H., ARAKI L. K., *Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR: códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0*, UFPR, Curitiba, 2009.

MARCHI C. H., *Testes estáticos de 27 Jul e 13 Set 2010 de motores-foguete do tipo BT de espaçomodelos*, UFPR, Curitiba, 2010.

MARCHI C. H., *Relatório técnico final do projeto Desenvolvimento de kit didático de minifoguetes para difusão e popularização da Astronáutica*, UFPR, Curitiba, 2011.

MARTINS, M. A. *Multiextrapolação de richardson com interpolação para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD*. 2013. 200 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

MATLAB CENTRAL, *2D Nozzle Design by Britton Olson*. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design/content/nozzle.m>>. Acesso em 14 jan 2014.

McBRIDE B. J., GORDON S., *Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications – II. Users Manual and Program Description*, NASA Reference Publication, Lewis Research Center, Ohio, 1996.

NAKKA R., *Solid Rocket Motor Theory -- GUIPEP* Disponível em <[http://www.nakka-rocketry.net/th\\_prope.html](http://www.nakka-rocketry.net/th_prope.html)>. Acesso em 26 jul 2013.

NAR, *The Sport Rocketry Hobby* Disponível em: <<http://www.nar.org/model-rocket-info/the-sport-rocketry-hobby/>>. Acesso em 19 jul 2013.

NAR, *United States Model Rocketry Sporting Code*. National Association of Rocketry: p. 2, 2004.

PEACEMAN, D. W., RACHFORD, H. H., *The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations*, J. Soc. Ind. Appl. Math, vol. 3, pp. 28-41, 1955.

RAO, G. V. R. *Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust*. Journal of Jet Propulsion, V. 28, n. 6, pp. 377-382, 1958.

ROACHE, P. J. *Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies*. ASME Journal of Fluids Engineering, v. 116, p. 405-413, 1994.

ROCKETWORKBENCH, *Cpropep-Web*. Disponível em: <<http://rocketworkbench.sourceforge.net/equil.phtml>>. Acesso em : 8 jul. 2013.

SCHNEIDER G., ZEDAN M., *A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems*. Numerical Heat Transver, vol. 4, pp. 1-19, 1981.

STONE H. L., *Iterative Solution of Implicit Approximation of Multidimensional Partial Differential Equations*, SIAM J. Numerical Analysis, vol. 5, pp. 530-558, 1968.

SUTTON G. P., *Rocket Propulsion Elements*. 6 ed. New York: John Wiley & Sons. Inc., 1992.

WIKIPEDIA, *Space Race*. Disponível em: <[http://en.wikipedia.org/wiki/Space\\_Race](http://en.wikipedia.org/wiki/Space_Race)>. Acesso em 19 jul 2013.

YOUNG, D. M. Jr., *Iterative Methods for Solving Partial Difference Equations of Elliptic Type*. 1950, PHD, Harvard University, Cambridge, 1950.